

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

cris textuellement n'ayant pas le courage de le traduire, de peur de le gâter.

« Da ich aber ziemlich oft in die unbehagliche Lage kam, auf günstige Einfälle harren zu müssen, habe ich darüber, wann und wo sie mir kamen, einige Erfahrungen gewonnen, die vielleicht Anderen noch nützlich werden können. Sie schleichten oft genug still in den Gedankenkreis ein, ohne dass man gleich von Anfang ihre Bedeutung erkennt; später hilft dann zuweilen nur noch ein zufälliger Umstand, um zu erkennen, wann und unter welchen Umständen sie gekommen sind; sonst sind sie da, ohne dass man weiss woher. In anderen Fällen aber treten sie plötzlich ein, ohne Anstregung, wie eine Inspiration. So weit meine Erfahrung geht, kamen sie nie dem ermüdenden Gehirne und nicht am Schreibtisch. Ich musste immer erst mein Problem nach allen Seiten so viel hin- und hergewendet haben, dass ich alle seine Wendungen und Verwickelungen im Kopfe überschaute und sie frei ohne zu schreiben, durchlaufen konnte. Es dahin zu bringen, ist eine längere vorausgehende Arbeit meistens nicht möglich. Dann müsste, nachdem die davon herrührende Ermüdung vorübergegangen war, eine Stunde vollkommener körperliche Frische und ruhigen Wohlgefühls eintreten ehe die guten Einfälle kamen. Oftentimes waren sie wirklich des Morgens bei Aufwachen da. Besonders gern aber kamen sie bei gemächlichen Steige über waldige Berge in sonnigem Wetter. Die kleinsten Mengen alkoholischen Getränks aber schienen sie zu verscheuchen. (*Vorträge und Reden*, IV. Aufl. 1896, 1. Bd., p. 15). »

NOTE DE LA RÉDACTION. — *L'abondance des matières nous oblige à remettre à un prochain numéro la suite de la publication des résultats de l'Enquête.*

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Vues stéréoscopiques pour l'enseignement de la Géométrie.

1. — Dans une petite note, insérée dans le dernier numéro (p. 317), nous avons attiré l'attention des professeurs sur l'emploi du stéréoscope pour développer chez les élèves l'intuition de l'espace. Elle nous a valu de nombreuses lettres dans lesquelles nos correspondants insistent à leur tour sur le parti que l'on peut tirer de cet appareil; quelques-unes répondent en outre à notre demande

de renseignements sur ce qui a été édité dans ce domaine. Ce sont les lettres de MM. BERDELLÉ (Rioz, Hte-Saône), CRELIER (Bienne), GREENHILL (Londres), LINSENMANN (Munich), PRIEUR (Besançon), SAINT-LOUP (Vuillafans, Doubs), STINER (Winterthour), F. J. VAES (Rotterdam).

L'emploi du stéréoscope dans l'enseignement a déjà été préconisé à plusieurs reprises, en Allemagne et en France. Il existe même, depuis plus de quarante ans, des vues destinées à l'enseignement de la Géométrie et de la Cristallographie. Plusieurs de ces collections sont aujourd'hui épuisées et il est à désirer qu'il se fasse de nouvelles figures dans lesquelles on tiendrait compte des procédés modernes de reproduction et des besoins actuels des divers degrés de l'enseignement mathématique. Les résultats obtenus sont encourageants, ainsi que cela ressort des lettres que nous avons reçues, et il faut espérer que les essais se généraliseront de plus en plus. Cela est d'autant plus facile que les stéréoscopes à main se trouvent déjà en nombre suffisant dans beaucoup d'établissements scolaires. Nos lecteurs peuvent facilement se rendre compte *de visu* de ce que donne l'appareil en examinant les deux vues dont il est question dans la note ci-après de M. STINER et dont un exemplaire a été encarté dans le présent numéro.

Voici maintenant un premier aperçu bibliographique. Nous le ferons suivre d'une description des principales collections.

2. — *Lettre de M. Stiner.* — On trouve des vues stéréoscopiques de figures géométriques dans les ouvrages suivants :

WHEATSTONE Ch., *Beiträge zur Physiologie des Gesichtssinnes*, I. Teil ; Ueber einige merkwürdige und bis jetzt unbeobachtete Erscheinungen beim Sehen mit beiden Augen. Uebersetzt von Dr A. Franz *Annalen der Physik und Chemie* von Poggendorf. I. Ergänzungsband, Leipzig 1842.

HELMHOLTZ, *Handbuch der physiologischen Optik*, Leipzig 1856-66.

STEINHAUSER A., *Ueber die geometrische Construction der Stereokopenbilder*, Graz 1870.

« En ce qui concerne plus particulièrement les publications destinées à l'enseignement, dans le sens de la question posée par M. le prof. Fehr, nous mentionnons :

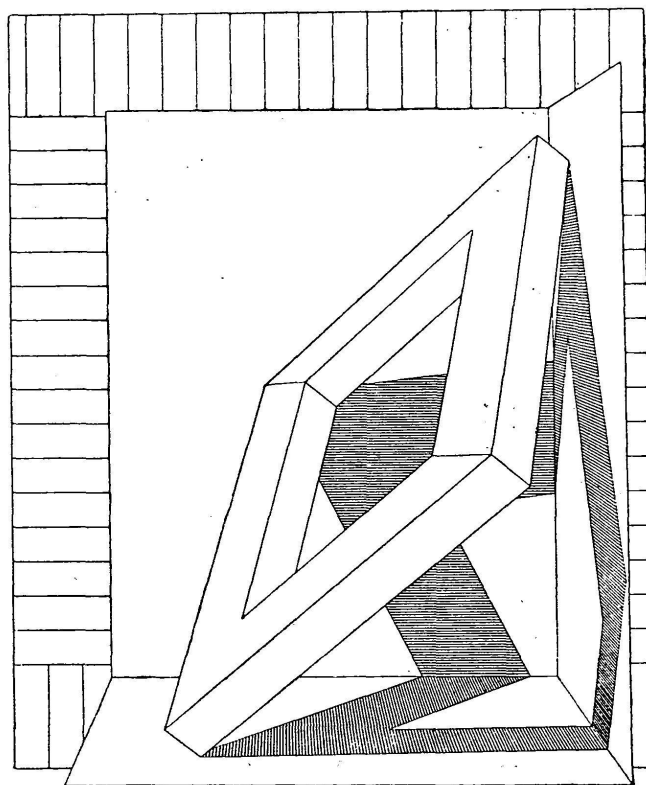
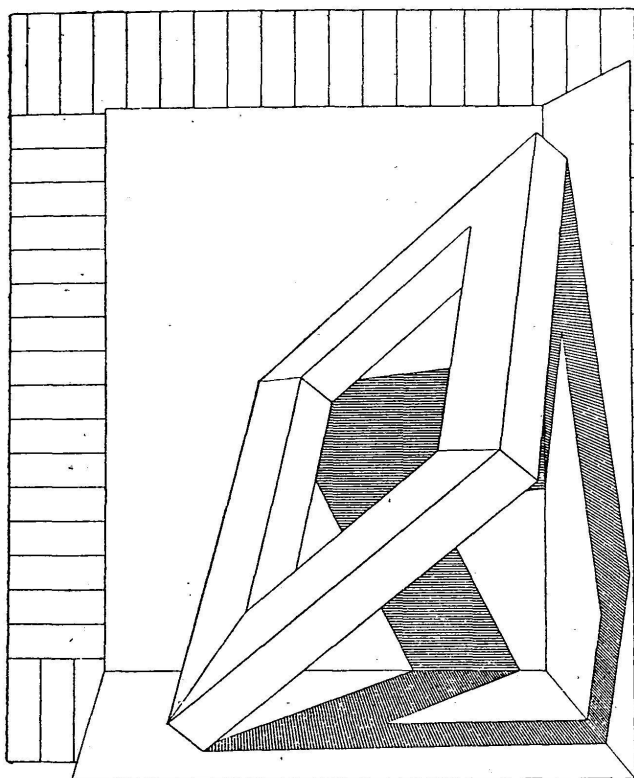
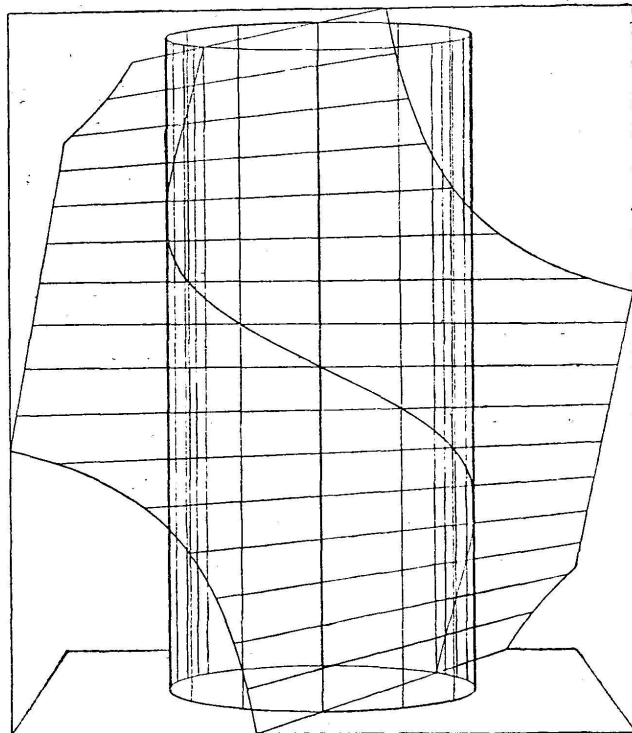
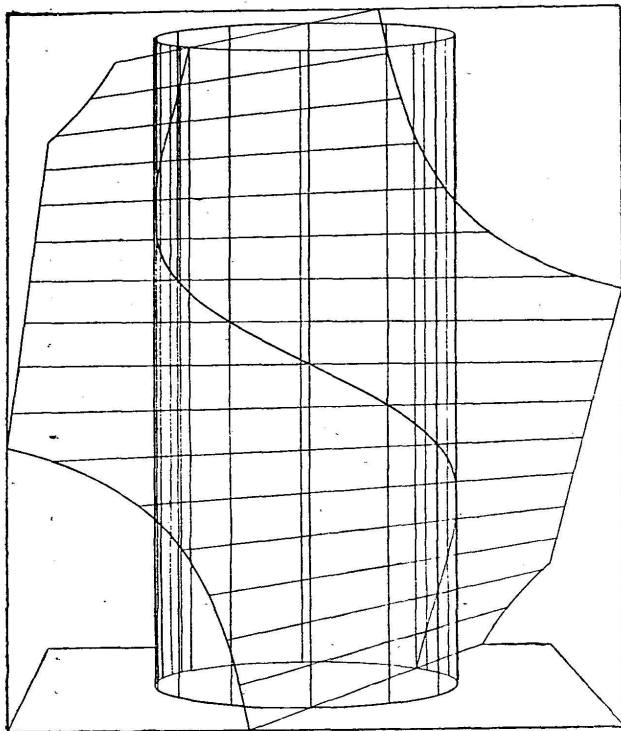
ELTZNER C. H., *Das Stereoscop*, eine Sammlung von 28 Tafeln mathemat. Kristallkörper und Flächen stereoscopisch dargestellt, Leipzig 1864.

BRUDE A., *Stereoskopische Bilder aus der Stereometric*. Bezogen auf den Cubus und entnommen dem Werke desselben Verfassers: « Das Zeichnen der Stereometric, » Stuttgart 1872.

STEINHAUSER A., *Stereoskopische Wandtafeln*, Carl's Repertorium der Experimentalphysik Bd. XII, München 1877.

« Dans mon enseignement de Stéréométrie et de Géométrie des-

criptive au Technicum; j'emploie depuis un certain temps déjà, des vues stéréoscopiques établies les unes par construction, les autres d'après la photographie de modèles. J'en ai fait l'objet



d'une communication à la réunion annuelle de l'Association suisse des maîtres de mathématique en 1903. Sur l'invitation de M. le prof. Fehr je présente ici deux exemples empruntés à la dite con-

férence. Une publication peu étendue est en ce moment en préparation.

« Les deux modèles sont construits pour une distance de 6,5 cm. entre les deux yeux, ceux-ci étant à une distance $D = 24$ cm. du plan de l'image. Ces vues peuvent donc être regardées sans stéréoscope ; on peut introduire une séparation de manière à ce que chaque œil ne voie qu'une image.

« Pour que les vues soient faciles à saisir et produisent l'effet voulu, il est indispensable que leur construction soit faite avec une grande exactitude et beaucoup de soin. A cet effet nous avons eu recours à un plan auxiliaire parallèle au plan de l'image et situé à une distance $D_a = 240$ cm. Les perspectives obtenues sur ce plan sont des figures semblables à celles du plan D , le rapport de similitude était $\frac{1}{10}$; elles sont ensuite réduites aux dimensions définitives par le moyen de la photographie.

« Pour l'exemple ci-joint concernant *l'ombre portée par un cadre rectangulaire* sur des plans rectangulaires, avec les conventions usuelles, on a fait les hypothèses suivantes : horizon perspectif à 4,5 cm. au dessus du bord inférieur ; point de vue à droite, à 3 cm. à gauche du bord antérieur du troisième plan de projection, le premier et troisième plan étant limités par le plan auxiliaire D_a ; dimensions du cadre : longueur 45 cm., hauteur 60, largeur 9, épaisseur 4,5,

« L'autre modèle donne l'intersection d'un parabolöide hyperbolique avec la surface latérale d'un cylindre de révolution, l'intersection se décomposant en une génératrice commune et en une courbe gauche du 3^e ordre. Les valeurs 4,5^{cm} et 3^{cm} sont remplacées ici par 4 et 2 ; rayon du cylindre 15 cm., l'axe étant à 27,5 derrière D_a ; les génératrices du parabolöide sont dans des plans parallèles distants entre eux de 4 cm.

« Pour tout ce qui concerne la construction de vues stéréoscopiques de figures géométriques par le moyen de la photographie, on trouvera d'utiles indications dans l'ouvrage suivant : STEINHAUSER, A., *Die theoretische Grundlage für die Herstellung der Stereoscopbilder auf dem Wege der Photographie*. Lechner, Vienne, 1897.

G. STINER (Winterthour).

3. — *La Géométrie au stéréoscope*, par L. SAINT-LOUP, professeur de mathématiques au Lycée Bonaparte, Paris, Hachette, 1886. — MM. PRIEUR (Besançon) et BERDELLÉ (Rioz, Haute-Saône) nous signalent cet ouvrage, aujourd'hui épuisé, et qui consiste en un stéréoscope très rudimentaire avec 80 planches stéréoscopiques de Géométrie dans l'espace (n^{os} 1 à 40) et de Géométrie descriptive (n^{os} I à XL) ; le tout est accompagné d'une plaquette de 36 pages donnant les énoncés des théorèmes auxquels se rapportent les vues stéréoscopiques. M. Saint-Loup, qui est doyen hono-

raire de la Faculté de Clermont, ancien professeur aux Facultés de Strasbourg, de Poitiers et de Besançon, est maintenant en retraite aux environs de Besançon. « Il a fait dans cette ville, nous écrit M. Berdellé, plusieurs conférences pour la propagation de l'Espéranto. Je m'étonne qu'il n'ait pas eu l'idée de rééditer son ouvrage dans cette langue. Beaucoup de mathématiciens sont espérantistes ; pourquoi n'écrivent-ils pas dans cette langue, au moins, pour commencer, des traités très courts et très élémentaires. J'aurais déjà voulu le faire, mais le vocabulaire¹ m'en manque et j'ai éprouvé par expérience que je n'étais pas assez initié pour le former.

Si M. Saint-Loup réédite son ouvrage, il ferait bien d'y ajouter quelques planches pour illustrer les principes du stéréoscope et de la vision binoculaire.

4. — COLLECTIONS SCHLOTKE. — M. Schlotke, ancien directeur de l'Ecole industrielle et du Technicum de Hambourg, a publié, de 1870 à 1875, les trois collections suivantes :

I. *Stereoskopische Figuren*. Ein Anschauungsmittel zum Gebrauch beim Studium der Stereometrie und sphärischen Trigonometrie. Hambourg, Friederichsen et C^{ie}., 1870. (épuisé).

II. *Die Hauptaufgaben der descriptiven Geometrie*, in stereoscopischen Figuren dargestellt. Hambourg 1871, prix : 2 M. 40.

III. *Krystallographie*. Stereoscopische Darstellung einer Reihe der wichtigsten Krystalle, der Combinationen derselben, etc.... Hambourg, 1873, prix : 4 M. 50.

I. Bien que la première série ne se trouve plus dans le commerce, nous croyons cependant devoir en donner un court aperçu d'après les indications qu'a bien voulu nous fournir M. LINSERMANN, conservateur de la Collection mathématique de l'Ecole technique supérieure de Munich. Cette première série comprend 32 planches ($8 \times 16 \text{ cm}^2$) très bien dessinées et qui examinées au stéréoscope, donnent un excellent effet. Voici quelques exemples :

1) Une droite MN est perpendiculaire à un plan si elle est perpendiculaire à deux droites passant par son pied dans le plan.

2) Soit la droite AB projetée sur le plan MN suivant AC ; toute droite DE située dans le plan MN et perpendiculaire à AC est perpendiculaire à AB. — 3) Angle d'une droite et d'un plan. Démonstration de l'angle minimum... — 6) Plus courte distance de deux droites. — 10) Trièdre. Démonstration de la relation $\sphericalangle BAC + \sphericalangle CAD > \sphericalangle BAD$. —... 13) Trièdre et trièdre supplémentaire. —... 24) Triangle sphérique. —... 28) Cercles tracés sur la sphère terrestre. Axe et équateur. Longitude et latitude. — 29) Cercles tracés sur la sphère céleste. Zénith, Nadir ; Axe, Azimut, etc... — 30)

¹ Le vocabulaire a été établi par M. Bricard sous le titre : *Matematica Terminaro*, Paris, Hachette, 75 cent. (H. F.)

Equateur, écliptique, ascension droite, etc... — 31) Horizon, Equateur, écliptique, etc...

Comme on le voit, cette collection contient d'excellents exemples, et ceux qui sont empruntés à la Géographie mathématique et à la Cosmographie ne sont pas les moins utiles.

II. — Nous avons sous les yeux les modèles destinés à l'enseignement de la *Géométrie descriptive* ; ils sont au nombre de 30 et embrassent l'ensemble du programme d'un enseignement élémentaire. La liste ci-dessous donne une idée du champ que l'on peut parcourir avec ces modèles.

1) Projection d'une droite sur 3 plans rectangulaires. — 2) Vraie grandeur d'une droite AB par la rotation du plan projetant... 4) Angle de deux droites. — ... 7) 8) et 9) Intersection de deux plans. — ... 14) Angle de deux plans. — ... 19) 20) et 21) Intersection de polyèdres. — 22) à 26) Intersection de cônes et de cylindres. — 27) Hyperboloïde de révolution ; plan tangent. — 28) Paraboloïde hyperbolique. — 29) Conoïde droit. — 30) Voûte.

Les figures sont aussi très bien exécutées et, bien que la notation employée (les projections du point A sont a, a₁) ne soit plus en usage, elles peuvent encore rendre de bons services dans l'enseignement élémentaire.

III. — Signalons enfin la collection destinée à faciliter l'étude de la *Cristallographie* ; elle comprend 51 figures réparties sur 45 planches avec un court texte explicatif.

5. — Le stéréoscope a encore trouvé des applications fort intéressantes dans la *théorie des fonctions elliptiques*. M. GREENHILL a présenté aux membres de la Société mathématique (voir *Bull. de la Soc. math.* XXIX, 1901), un « appareil stéréoscopique pour mettre en relief les figures géométriques se rapportant aux fonctions elliptiques ». Il s'agit d'exemples relatifs à la chaînette sphérique et à certaines courbes algébriques. Les figures au nombre de 14 ont été dessinées par Dewar et reproduites par la maison Armstrong et C^o à Newcastle.

6. — MODÈLES WIENER. — M. Chr. Wiener a établi deux photographies stéréoscopiques du *modèle d'une surface du 3^e ordre avec 27 droites*. Elles ont été éditées, 1869, avec un texte explicatif (8 p.), par la maison Teubner à Leipzig ; prix : 2 M. 40.

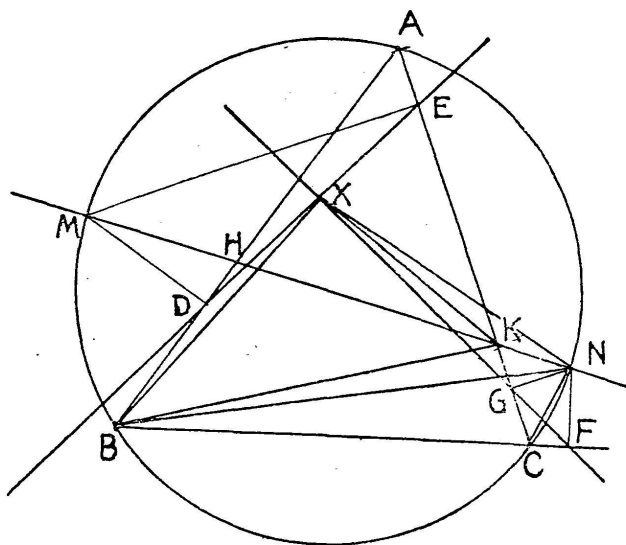
7 et 8. — Mentionnons encore deux collections employées aux Etats-Unis et éditées l'une par la Maison Heath et C^o, à Boston, l'autre par la Maison Underwood et Underwood à New-York. Nous comptons pouvoir les décrire dans un prochain numéro.

Nous y joindrons les notes et les renseignements bibliographiques que nos lecteurs voudront bien nous adresser.

Démonstration élémentaire d'un théorème sur le triangle.¹

Il s'agit du théorème connu : *Etant donné un triangle ABC et la circonférence circonscrite, les cercles déterminés par les pieds des perpendiculaires abaissées des points d'un même diamètre MN de cette circonférence sur les 3 côtés du triangle, passent par un point fixe.*

Les 2 lignes de Simson des deux extrémités M et N du diamètre sont 2 cercles particuliers parmi ceux que nous considérons. En vertu du théorème bien connu de Tucker, ces 2 lignes de Simson se coupent à angle droit sur la circonférence du cercle des neuf points du triangle donné. Par conséquent nous avons à prouver que le cercle passant par les pieds des 3 perpendiculaires abaissées d'un point quelconque du diamètre MN sur les 3 côtés



passer par le point d'intersection X de ces lignes de Simson. Pour cette démonstration j'utiliserai 2 lemmes :

Lemme I. — Soient D et E les pieds des perpendiculaires abaissées de M sur AB et AC, de sorte que DE est la ligne de Simson de M. De même, soient F et G les pieds des perpendiculaires abaissées de N sur BC prolongé et AC, de sorte que FG est la ligne de Simson de N. Représentons par X le point d'intersection de DE et FG. Les triangles MBN et EXG sont semblables.

Car, comme \widehat{MBN} et \widehat{CFN} sont égaux comme angles droits, et $\widehat{NMB} = \widehat{NCF}$, les triangles MBN et CFN sont semblables et comme

¹ Le manuscrit de cette note était déjà expédié à la Rédaction lorsque nous avons trouvé dans les *Nouv. Ann.* de nov. 1905, une démonstration moins élémentaire par M. FONTENÉ, p. 504-506. — T. HAYASHI.

\widehat{CFN} et \widehat{EXG} sont égaux comme angles droits, et $\widehat{CNF} = \widehat{CGF} = \widehat{LEG}$, les triangles CFN et EXG sont semblables.

Donc, les triangles MBN et EXG sont semblables.

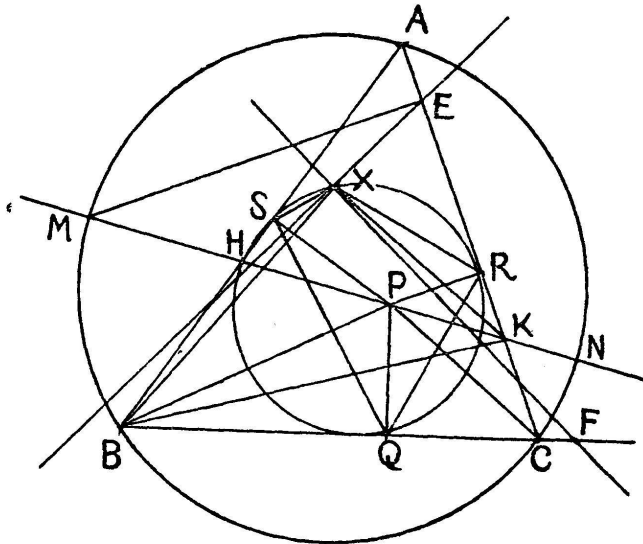
Lemme II. — Représentons par H et K les points d'intersection de MN avec AB et AC respectivement. Les triangles EMK et XBK sont semblables.

Car, puisque $ME \parallel NG$, on a

$$\frac{KE}{KM} = \frac{KG}{KN} = \frac{EK + KG}{KM + KN} = \frac{EG}{MN} = \frac{EX}{MB} \text{ (Lemme I).}$$

Par suite : $\frac{KE}{EX} = \frac{KM}{MB}$ et $\angle KEX = \angle KMB$.

Donc les triangles KEX et KMB sont semblables.



Par suite : $\widehat{EKX} = \widehat{MKB}$.

D'où $\widehat{EKX} + \widehat{XKM} = \widehat{MKB} + \widehat{XKM}$,

C'est-à-dire $\widehat{EKM} = \widehat{XKB}$,

Et $\frac{KE}{KX} = \frac{KM}{KB}$; d'où $\frac{KE}{KM} = \frac{KX}{KB}$.

Par conséquent les triangles EMK et XBK sont semblables.

Démonstration du théorème. — Soit P un point quelconque situé entre H et K et soient PQ , PR , PS les perpendiculaires abaissées de P sur BC , CA , AB respectivement.

Puisque $PR \parallel ME$ et conséquemment les triangles EMK et RPK sont semblables, les triangles XBK et RPK sont semblables (Lemme II) ; d'où $\frac{KX}{KR} = \frac{KB}{KP}$ et $\widehat{XKR} = \widehat{BKP}$.

Donc les triangles XKR et BKP sont semblables.

Par suite : $\widehat{KRX} = \widehat{KPB}$; d'où $\widehat{XRA} = \widehat{HPB}$.

D'une manière analogue $\widehat{XSA} = \widehat{KPC}$.

En outre, puisque P, Q, C, R sont sur une même circonférence,
 $\widehat{PQR} = \widehat{PCR}$.

D'une manière analogue $\widehat{PQS} = \widehat{PBS}$.

Par conséquent :

$$\begin{aligned} \widehat{RQS} + \widehat{RXS} &= \widehat{PQR} + \widehat{PQS} + \widehat{XKA} + \widehat{XSA} + A, \\ &= \widehat{PCR} + \widehat{PBS} + \widehat{HPB} + \widehat{KPC} + A. \\ &= \widehat{BPC} + \widehat{HPB} + \widehat{KPC}, \\ &= 2 \text{ angles droits.} \end{aligned}$$

Donc Q, R, X, S sont sur une même circonférence.

La démonstration dans le cas où P n'est pas situé entre H et K est très peu différente.

Ce qui précède a été suggéré par moi et complété par K. Kato.

T. HAYASHI (Tokio).

La loi de « causation » et le postulatum d'Euclide.

I. — Si la géométrie, depuis Euclide, s'est constamment perdue dans la dialectique, et les combinaisons de mots masquant trop souvent la fausseté des raisonnements, c'est pour ne pas avoir mis à la base de son enseignement l'expérience directe, d'où découle la grande loi de la « causation ».

Il me faut bien créer ce mot de « causation » puisque la science latine n'a pas encore osé le faire, s'étant arrêtée à « causalité ». J'entends par loi de la causation, la loi expérimentale suivante :

« Une même cause produit toujours les mêmes effets. »

Nous vivons dans cette loi et elle est une des quelques grandes lois naturelles dont nous nous servons constamment, sans jamais la moindre hésitation, et sans pourtant oser franchement l'exprimer à la base de tout notre enseignement.

Je vais avoir cette franchise pour démontrer directement, et sans le secours des parallèles, que les trois angles d'un triangle valent deux droits.

Ainsi sera levé le doute que laisse planer, pour d'aucuns, sur la géométrie, le recours au postulatum d'Euclide, que nous démontrerons au lieu de l'admettre.

II. — 1^{re} PROPOSITION. — *Dans un même cercle, ou dans tous les cercles égaux, de mêmes angles au centre sous-tendent des arcs toujours les mêmes, et réciproquement.*

Cette proposition obéit à la loi de causation ; l'identité des cer-

cles et des angles au centre, qui sont les causes, commande l'identité des arcs sous-tendus qui sont des effets.

Inversément la cause identique « arcs égaux » avec « cercles égaux » commande l'effet identique « angles au centre égaux ».

Il importe de remarquer que je n'ai pas parlé de la réciproque de la loi de causation ; je me suis gardé de dire que l'effet « arcs égaux » devait être engendré par des angles égaux dans des cercles égaux.

Car on ne peut dire qu'un effet donné ne peut être produit que par une cause unique.

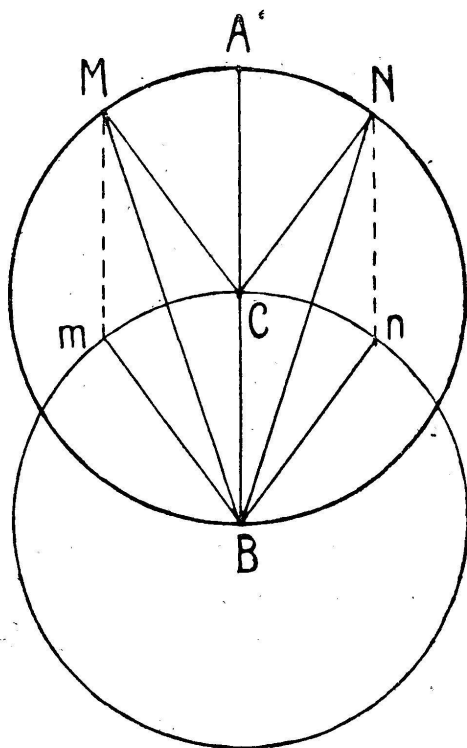
Si la loi de causation est absolue, sa réciproque ne l'est pas.

Remarquons encore que j'ai employé, à dessein, le mot identité comme plus expressif qu'égalité.

2^{me} PROPOSITION. — *Dans un cercle un angle au centre a pour mesure l'arc intercepté entre ses côtés.*

Cette proposition se démontre comme il est fait actuellement dans toutes les géométries.

3^{me} PROPOSITION. — *Un angle inscrit a pour mesure la moitié de l'angle interprété entre ses côtés.*



Soit un cercle de diamètre ACB.

a) Considérons d'abord un angle inscrit MBC dont un côté passe par le centre.

Prenons ensuite l'arc AN égal à l'arc AM et joignons NB ; l'angle ABN sera égal à l'angle ABM en vertu de la loi de causation.

Je vais faire voir que l'angle inscrit MBN est la moitié de l'angle au centre MCN.

Faisons glisser tout le cercle de diamètre ACB, dans le plan sur lequel il est tracé, de manière à ce que le centre C décrive le rayon CB et s'arrête en B.

Opérons ce glissement sans faire subir de rotation sur lui-même au cercle ACB.

Dans ces conditions le point A viendra en C, le point M en *m* et le point N en *n*, les trois points *m* C et *n* étant sur la circonférence en traits interrompus.

Je pourrais dire que la loi de causation provoque le parallélisme des droites Mm, AC et Nn ; je n'en ferai rien ; je me contenterai de dire que ces trois droites sont forcément égales, car elles sont les effets d'une même cause ; cette cause est le glissement du cercle, sans rotation sur lui-même.

Joignons Bm et Bn . L'angle au centre mBn est égal à MCN , puisque c'est ce dernier lui-même demeuré indéformé pendant tout le glissement du cercle.

Dès lors les triangles MBC et MBm sont égaux et isocèles; ils sont des effets d'une même cause; cette cause c'est l'égalité de leurs 3 côtés, MB commun, et $MC = CB = Bm = Mm =$ le rayon du cercle.

Il en résulte l'égalité des angles mBM et CBM .

De même les triangles BCN et BNn sont égaux comme ayant les 3 côtés égaux, et l'on a les angles CBN et NBn égaux entre eux.

Comme l'angle ABM est égal à ABN , ainsi que nous l'avons constaté en débutant, il en résulte que l'on a, autour du point B , 4 angles égaux entre eux.

Donc l'angle inscrit MBN est égal à la moitié de l'angle mBn qui est lui-même égal à l'angle au centre MCN .

Donc aussi l'angle MBA (inscrit) est égal à la moitié de mBC ou de son égal MCA (au centre).

Il en résulte que l'angle inscrit MBA comme l'angle inscrit MBN ont pour mesure la moitié des arcs interceptés entre leurs côtés.

b) Considérons maintenant un angle inscrit quelconque MIN dont aucun côté ne passe par le centre de la circonférence.

Par le point I menons le diamètre ICR .

L'angle MIR et l'angle NIR , ayant un côté passant par le centre, ont pour mesures la moitié des arcs MR et NR .

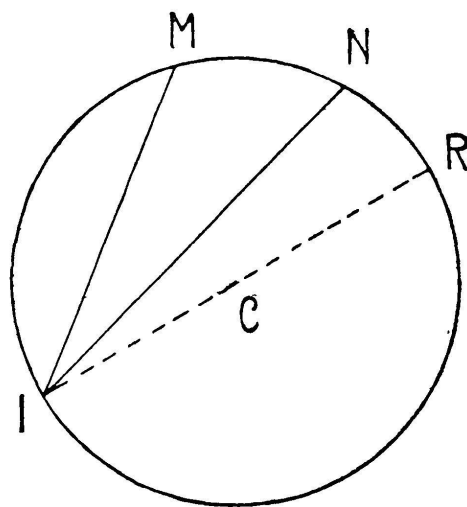
Donc leur différence, c'est-à-dire l'angle MIN , a pour mesure la moitié de la différence des arcs MR et NR , c'est-à-dire la moitié de l'arc MN .

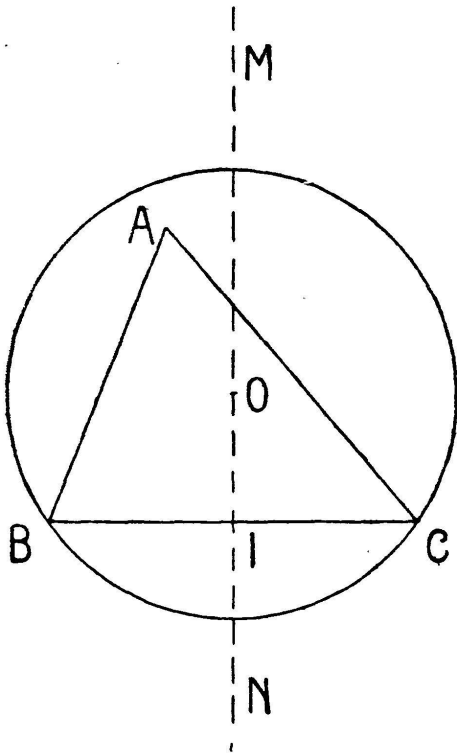
4^{me} PROPOSITION. — Dans un triangle ABC la somme des 3 angles vaut 2 droits.

Je puis élever au milieu I de BC , une perpendiculaire MIN .

En prenant un point quelconque O de cette perpendiculaire je puis, de O comme centre, avec $OB = OC$ (causation) comme rayon, décrire une circonférence. Règle générale cette circonférence ne passera pas par A , troisième sommet du triangle. Supposons que notre circonférence ait le point A dans sa courbe.

Si on fait glisser le point O sur la droite MIN , et que dans chacune de ses positions on construise la circonférence passant par B et C , on voit que cette circonférence, partant de la position de O coïncidant avec I , s'enflera de façon *continue*, sans limite; en fai-





sant glisser O au dessus et en dessous de N, la circonférence, dans son gonflement continu, couvrira tous les points du plan sans exception, et ne passera qu'une seule fois par chacun d'eux, exception faite pour B et C par lesquels passera toujours la circonférence extensible.

On voit ainsi qu'il existe toujours une circonférence, *et une seule*, passant par A en même temps que par B et C.

Envisageons maintenant cette circonférence.

Les 3 angles \widehat{A} , \widehat{B} et \widehat{C} du triangle inscrit dans une circonférence ont pour mesure la moitié des arcs interceptés entre leurs côtés. A eux 3 ils interceptent toute la circonférence

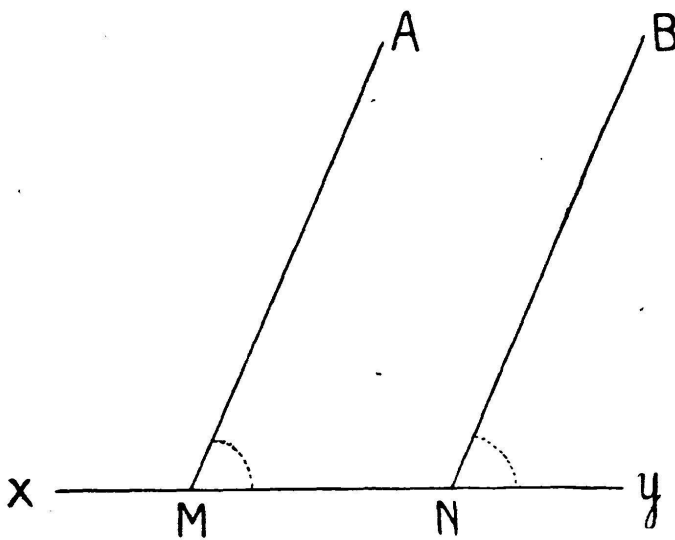
qui correspond à 4 angles droits (qu'on peut inscrire au centre si on veut). Donc la mesure des 3 angles du triangle quelconque

ABC est la moitié de la circonférence, qui correspond à 2 droits.

c. q. f. d.

III. — J'aborde le *postulatum d'Euclide*.

Etant donné une droite XY, si en 2 points M et N de cette droite on construit 2 angles égaux, soit $\text{AMY} = \text{BNY}$, les deux



droites MA et NB ne se rencontreront jamais.

Supposons que les droites AM et BN puissent se rencontrer en un point P.

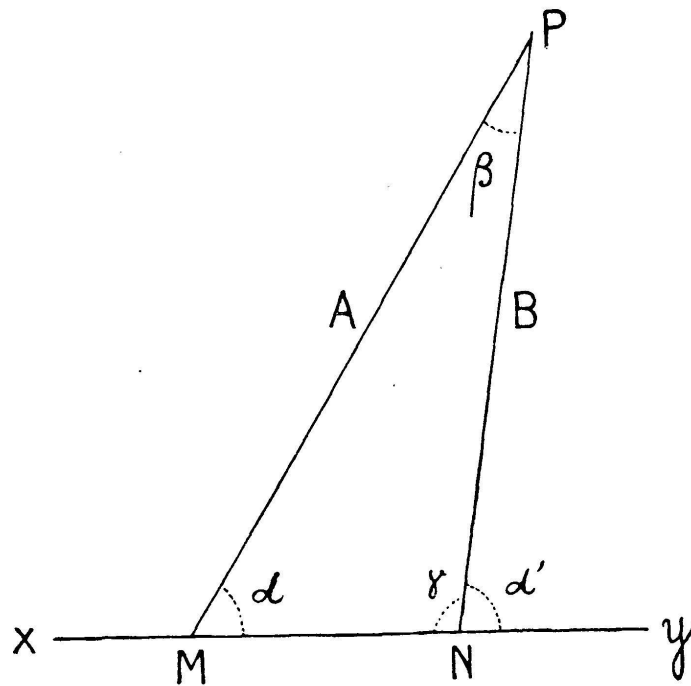
Dans le triangle MPN on aura :

$$\alpha + \beta + \gamma = 2 \text{ droits.}$$

Mais $\gamma + \alpha' = 2 \text{ droits}$, donc $\alpha + \beta + \gamma = \gamma + \alpha'$

D'où $\alpha + \beta = \alpha'$.

Mais encore $\alpha = \alpha'$ par construction.



Donc $\beta = 0$.

Donc les droites MA et NB ne se rencontrent pas.

c. q. f. d.

Commandant LEMAIRE (Bruxelles).

A propos de la rotation de la Terre ¹.

Lettre de M. ANDRAULT (Grenoble).

Réponse à M. Combebiac et à M. Richard.

Toute explication est une relation. — A voir l'importance que M. Combebiac attache à la possibilité d'une explication pour tout phénomène, j'avais pensé qu'il allait faire porter son effort sur ce point, et que cherchant à déterminer les conditions de validité d'une explication, il en arriverait à établir la nécessité de l'espace absolu. Maintenant j'ai lieu de croire, qu'il prend le terme dans son acception usuelle, vague et élastique. En ce sens, des explications, on en trouve toujours.

« J'ai ouï dire, écrit Condillac, qu'un physicien se félicitant
« d'avoir un principe qui rendait raison de tous les phénomènes
« de la chimie, osa communiquer ses idées à un habile chimiste.
« Celui-ci ayant eu la complaisance de l'écouter, répondit qu'il ne
« lui ferait qu'une difficulté, c'est que les faits étaient tout autres

¹ Voir *L'Enseig. math.* 8^{me} année, pp. 150-155, 229-232, 311-315.

« qu'il ne les supposait. « Hé bien, reprit le physicien, apprenez-
« les moi, afin que je les explique. »

Aussi ma réponse en cet endroit sera-t-elle brève.

1° Il y a des explications de toutes espèces, de bonnes, de mauvaises, de subtiles, de vagues, d'ingénieuses, de frivoles et même de fallacieuses « telle la théorie des marées » que j'ai précédemment exposée. Dans ces conditions, qu'il y en ait une de meilleure que les autres, c'est forcé; qu'elle leur soit de beaucoup supérieure, c'est remarquable; qu'elle soit d'une autre nature, c'est ce qu'il faudrait démontrer.

2° Qu'on explique par des faits ou par des lois, expliquer c'est toujours établir une relation entre deux ou plusieurs phénomènes. Toute explication comporte au moins deux bouts, l'expliquant et l'expliqué; elle est donc loin d'impliquer un absolu quel qu'il soit.

Toute force est une relation.— J'en dirai autant des forces. Elles sont comme les bâtons : il n'y en a pas qui n'aient qu'un seul bout. C'est au fond ce qu'exprime le principe de l'égalité entre l'action et la réaction. « Tout ce qui tire et presse est en même
« temps tiré et pressé dit Newton. Si le cheval traîne la pierre
« attachée par un cable, le cheval est arrêté par la pierre, car le
« cable tendu, dans son effort pour se relâcher, attire également
« le cheval vers la pierre, et la pierre vers le cheval. »

Si l'aimant attire le fer, le fer attire l'aimant; si le traîneau frotte sur la neige, la neige frotte sur le traîneau. Il n'est pas jusqu'à la pesanteur qui ne s'offre comme une relation entre deux termes, car, les corps en se dirigeant sur toute la surface de la terre vers le centre de celle-ci, indiquent en quelque sorte d'eux-mêmes que c'est du globe qu'émane la force qui les fait tomber, autrement dit que la pesanteur est une force qui s'exerce entre la terre et les corps.

Il peut être commode, et même parfois nécessaire de faire porter son attention sur un seul des bouts d'une force; mais l'autre n'en existe pas moins, et fait partie intégrante de la notion de force telle que l'expérience journalière nous la fournit.

Dans les académies du moyen âge, on discutait, paraît-il, des problèmes dans le goût de celui-ci : « Etant donné un aveugle et
« son chien, dire si c'est le chien qui tire l'aveugle, ou l'aveugle
« qui retient le chien. » Voilà à quoi l'on risque de perdre son temps quand on sépare l'action de la réaction !

Les forces d'inertie s'exercent entre les corps et le repère de la dynamique.— Si toutes les forces sont des relations, pourquoi les forces centrifuges, et plus généralement les forces d'inertie feraient-elles exception ?

Elles se développent quand la vitesse d'un corps varie par rapport à un certain repère, et par rapport à celui-là seulement.

C'est ce qui m'avait fait écrire, au grand scandale de M. Combebiac, que les forces centrifuges sont relatives, comme le sont les mouvements.

J'ajoute maintenant : *les forces d'inertie sont des relations comme le sont les forces de toute espèce. Elles ont deux bouts ; l'un est sur le corps, l'autre sur le repère.* J'y suis tout naturellement conduit, puisque le repère loin d'être étranger au phénomène y est intimement associé.

M. Combebiac ne s'étonnera donc plus — je l'espère du moins — de voir intervenir ce repère dans l'expression de la loi d'inertie, généralisée ou non.

Possibilité d'une explication des principes de la dynamique. — Et puisqu'aussi bien, nous touchons ici au cœur de la question, qu'il me soit permis de donner à ma pensée une forme plus concrète.

En fait, quel est le repère de la dynamique ? Peut-être le ciel étoilé, mais beaucoup plus probablement l'éther, ce milieu dans lequel tous les corps sont plongés, et dont ils sont imprégnés. Les forces d'inertie seraient donc, non des forces fictives comme on le dit souvent, mais des forces très réelles, s'exerçant entre l'éther et les corps dont la vitesse varie. On entrevoit ainsi la possibilité d'une explication des principes de la dynamique.

Chaque corps en se déplaçant dans l'éther produit un sillage analogue à celui que produit un bateau dans l'eau. Tant que le mouvement reste rectiligne et uniforme, le sillage reste le même, et grâce à des compensations tenant à la nature du milieu, celui-ci ne tend en rien à modifier le mouvement des corps. Mais, dès que la vitesse varie, il s'ensuit une perturbation, une déformation du sillage, entraînant une réaction sur le corps ; ce qui explique pourquoi une variation de vitesse ne peut jamais se produire que par l'intervention d'un agent extérieur.

Et, contrairement à l'opinion émise par M. Richard « l'existence de ces forces bizarres » entraînant les corps qui se déplacent par rapport à la terre se trouve expliquée. Et si leur existence rompt la symétrie entre la droite et la gauche, je ne vois pas comment M. Richard lui-même la rétablira : Le repère tourne par rapport à la terre — où s'il préfère, la terre tourne par rapport au repère, — et c'est cette rotation relative qui détruit la symétrie. Ni M. Richard, ni moi, n'y pouvons rien. Allons ! le relativisme a du bon ; il n'exclut pas l'explication, et je crois que jusqu'à nouvel ordre notre conception actuelle de la dynamique s'en accomode.

Le mouvement absolu est un fantôme créé par le langage. — Mais d'où procède donc cette croyance au mouvement absolu, croyance dont nous avons tant de mal à nous défaire ? Tout simplement du langage.

Nous avons, dès l'enfance, contracté l'habitude de parler du

mouvement des corps, comme si ce mouvement leur appartenait en propre. Le langage n'en reste pas moins clair, puisqu'il est toujours sous entendu que le repère est la terre. Mais on ne le dit jamais, et l'omission du mot entraîne celle de la chose. Nous finissons par croire que le mouvement est réellement dans les corps, et que se mouvoir est une locution ayant une signification par elle-même. Ce serait méconnaître singulièrement l'influence du langage sur l'évolution de notre esprit que de s'en étonner.

Nous sommes ainsi amenés à nous poser à propos des corps célestes, de la terre, et même de tous les corps, des questions qui sous la forme qu'on leur donne n'ont de sens qu'à la condition que le repère puisse encore rester sous entendu, ce qui justement n'est plus le cas. Comme rien ne nous prévient que nous transportons les questions de cette forme en dehors de leur domaine de validité; nous nous attachons à les résoudre comme nous en avons résolu d'autres, et nous pensons pouvoir le faire avec le même succès. Habitué à triompher dans un domaine, sans nous rendre compte que c'est essentiellement le domaine du relatif, nous abordons sans sourciller, celui de la connaissance intime des choses, le domaine de l'absolu.

CHRONIQUE

Prix proposés par l'Académie royale de Belgique pour 1907.

Sciences mathématiques, pures et appliquées :

I. — Trouver en hauteur et en azimut les expressions des termes principaux des déviations périodiques de la verticale dans l'hypothèse de la non coïncidence des centres de gravité de l'écorce et des noyaux terrestres. (Prix : 800 francs).

II. — Entre les éléments de deux formes du second ordre (deux systèmes plans non superposés un système plan et une gerbe, deux gerbes de sommets différents) on établit une correspondance quadratique (« *Verwandtschaft zweiten Grades* » dans le sens de Reye. *Geometrie der Lage*, Vol. II. Chap. XII). Etudier les systèmes d'éléments qu'on déduit par jonction ou par intersection des couples d'éléments homologues des deux formes du second ordre. (Prix : 800 fr.)

Les manuscrits peuvent être écrit en français, flamand ou latin; ils doivent être anonyme avec devise et pli cacheté antenant le nom, et envoyé au secrétaire, Palais des Académies à Bruxelles, avant le 1^{er} août 1907.