

# MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

---

### A propos de la rotation de la Terre<sup>1</sup>.

*Lettre de M. J. RICHARD (Dijon).*

Permettez-moi de revenir encore sur la question du mouvement de la terre.

I. Je ne comprends pas du tout la théorie fallacieuse des marées de M. Andrault. *Expliquer* les marées, c'est montrer que ce phénomène est une conséquence d'une *loi plus générale* antérieurement admise, celle de l'attraction universelle. Cette loi les explique effectivement, et montre en même temps que la terre et la lune tournent autour de leur centre de gravité commun, pendant que ce point tourne autour du soleil.

II. La lettre publiée par M. Combebiac dans le précédent numéro (p. 229-230) contient des idées très justes. Si la terre ne tournait pas, pour que les phénomènes soient les mêmes que si elle tournait il faudrait supposer des forces réelles remplaçant les forces centrifuges composées. On ne pourrait pas *expliquer* l'existence de ces forces bizarres. Ces forces entraîneraient vers leur droite, dans l'hémisphère nord, vers leur gauche dans l'hémisphère sud, les objets qui se déplacent. Cela rompt la symétrie entre la droite et la gauche, cela fait que dans l'espace il y a une direction, celle de l'axe du monde possédant des propriétés particulières, de sorte que, en voulant rétablir la relativité du mouvement, *on supprime la relativité de l'espace*.

III. Par rapport à l'univers visible, la terre est un astre tout petit; elle n'a aucune importance. Les habitants des planètes qui circulent autour de Véga, s'ils ont les mêmes notions astronomiques que nous, ne se doutent pas de son existence, et désignent le soleil par un simple numéro ou une lettre de leur alphabet. C'est donc une idée folle de prendre pour axes de coordonnées des axes liés à la terre, et de les supposer fixes. Imaginez, un fou se persuadant que tout se meut, que lui seul est immobile; bien

---

<sup>1</sup> Voir *L'Enseignement mathématique*, 8<sup>e</sup> année, p. 150-155, p. 229-282.

mieux, comme le corps du fou n'est pas un solide invariable, supposez que ce fou croie en l'immobilité de son œil droit, tous les déplacements observés par rapport à cet œil sont pour lui absolus; son œil droit est le corps alpha.

L'œil droit du fou en question a environ 2 cc. de diamètre soit 1 cc. de rayon; le rayon de la terre est environ 700 millions de fois plus grand. Mais le rayon de la terre est contenu plus de 20 milliards de fois dans la distance de la terre à Véga. Le fou qui croit que son œil est immobile n'est donc pas plus illogique que celui qui fait de la terre le corps alpha.

Je n'insisterai pas sur l'impossibilité pour le fou en question de se construire une dynamique. Cette impossibilité de prendre pour système d'axes fixes des axes liés à l'œil d'une personne prouve bien que tous les trièdres de référence ne s'équivalent pas.

IV. Nous observons l'univers qui nous est extérieur; les lois de son mouvement sont objectives, ce n'est pas nous qui les faisons. Ces lois nous montrent l'existence d'un trièdre de référence qu'il est nécessaire de supposer fixe. Il faut donc accepter ce fait. Que cela puisse choquer les gens s'imaginant avoir en l'esprit les données nécessaires pour expliquer l'univers, cela est naturel. Mais ceux qui croient l'expérience et l'observation nécessaires à la connaissance des choses ne trouvent là rien d'extraordinaire.

*Lettre de M. G. COMBEBIAC (Bourges).*

I. Réponse à M. ANDRAULT. — Je méconnais en effet formellement, ainsi que le constate M. Andrault, le fait que *les forces centrifuges sont relatives comme le sont les mouvements*, attendu que j'ignore ce que l'on peut bien entendre par la relativité (par rapport à quoi ?) d'une force, fût-elle centrifuge. Il n'est pas douteux, au contraire, que la force centrifuge due à la rotation de la terre — évitons les généralités insaisissables — ne puisse être différenciée, individualisée au moyen de l'expérience et indépendamment de toute observation de mouvement. La loi qui la régit met nécessairement et exclusivement en cause une droite passant par le centre de la terre et invariablement liée à celle-ci (dans le domaine d'approximation qui comporte ces manières de s'exprimer). Dans ces conditions, on est autorisé à qualifier non pas d'incommode mais bien de contraire au *bon sens* la mise en cause d'un système de repères défini par rapport à des corps manifestement *étrangers au phénomène* et en outre indépendants entr'eux comme le sont les étoiles fixes. C'est que la science n'est pas uniquement fondée sur les observations scientifiques; elle doit rester inébranlablement attachée au bon sens, ce sol compact et résis-

tant formé d'innombrables particules qui sont le résidu de l'expérience journalière, c'est-à-dire de l'activité mentale elle-même sous sa forme consciente ou subconsciente.

M. Andrault signale aussi que la théorie des marées peut être établie indifféremment en supposant fixe soit la terre soit la lune ; cela nous enseigne que certains phénomènes dépendent seulement du mouvement relatif de deux corps, et aussi que l'on doit être circonspect en inférant d'un fait à sa cause (la cause consiste ici en un mouvement relatif). Les juges d'instruction n'ignorent pas qu'un même fait peut admettre diverses causes.

Il n'en est pas moins vrai qu'en disant que le chat trouvé mort sur la voie publique est tombé de telle gouttière, on exprime un fait objectif, par conséquent vrai ou faux, et que ce fait constitue aussi une explication, car il a pour effet de rattacher le fait observé à des qualités *générales* de la matière, jouant ainsi le même rôle que la rotation de la terre par rapport à la force centrifuge terrestre.

Je conviens d'ailleurs bien volontiers que j'ignore si cette explication du phénomène m'en fait *pénétrer l'essence et la réalité absolue*, ces expressions n'éveillant en moi que l'écho de lointaines dissertations sur des sujets confus et mal définis — idéalisme, réalisme, ... — que la science peut, sans rien perdre, abandonner à sa rivale, la métaphysique, .. jusqu'à ce qu'elle soit en mesure de démontrer, par suite du développement de la psychologie, que les conceptions dont elles émanent sont purement et simplement inconsistantes.

II. SUR LA LOI DE L'INERTIE<sup>1</sup>. — L'impossibilité d'observer autre chose que des mouvements relatifs a conduit Carl Neumann<sup>2</sup> à émettre l'idée que la loi de l'inertie s'applique aux mouvements relatifs des corps par rapport à un système indéformable de repères auquel il a donné la dénomination de corps *Alpha*.

Dans cette conception, la loi ordinaire de l'inertie doit se présenter comme un cas particulier d'une loi plus générale régissant tous les mouvements relatifs ; cette loi est évidemment exprimée par l'équation vectorielle :

$$F = mJ_r + mJ_e + mJ_c ,$$

où  $F$  désigne la force appliquée au point matériel mobile,  $J_r$  l'accélération relative de celui-ci par rapport à un système rigide  $A$ ,  $J_e$  l'accélération, par rapport au corps  $Alpha$ , du point de  $A$  qui coïncide, à l'instant considéré, avec le point matériel, enfin  $J_c$  l'accélération de Coriolis. Ces deux derniers vecteurs dépendent

<sup>1</sup> Voir *L'Ens. Math.* du 15 mai 1906 ; p. 229-232.

<sup>2</sup> CARL NEUMANN. — *Ueber die Principien der Galilei-newton'schen Theorie.* Leipzig, 1870.

essentiellement du mouvement relatif de A par rapport à Alpha et s'annulent lorsque A définit le même système indéformable que Alpha. Telle est la forme que doit prendre la loi de l'inertie dans la conception de Carl Neumann. Elle fait intervenir, en plus des éléments du mouvement relatif qu'elle régit, le mouvement de A par rapport à Alpha, et cette intervention cesse précisément lorsqu'elle aurait sa raison d'être, c'est-à-dire lorsque les corps A et Alpha définissent le même système de repères. En outre la loi, dans sa nouvelle forme, n'admet plus un déplacement d'ensemble sans déformation de tous les corps mis en cause ; le corps Alpha en effet ne doit pas suivre les autres dans un tel déplacement et cette circonstance suffit à faire ressortir le caractère artificiel de son intervention. Ainsi, les conditions dans lesquelles interviendrait le corps Alpha dans les lois du mouvement relatif de deux corps sont franchement contraires à notre conception de la causalité physique, conception qui résulte, elle aussi, de l'expérience plus ou moins consciente en attendant qu'elle se présente comme une nécessité logique.

On voit donc que la loi d'inertie relative au corps Alpha ne présente pas les caractères d'une loi naturelle, contrairement à ce qui a lieu pour la loi de Galilée-Newton ; elle ne saurait, dans ces conditions, satisfaire le physicien. Il est à prévoir qu'on me demandera ce qu'on doit entendre par les caractères d'une loi naturelle. Si je pouvais répondre à cette question, je n'attendrais pas qu'elle fût posée. Mais ces caractères, quelque imprécis qu'ils soient en l'état actuel de nos connaissances, existent ; la preuve, c'est que les raisons exposées ci-dessus sont de nature, si je ne m'abuse, à ruiner l'idée du corps Alpha dans l'esprit de beaucoup de physiciens et dans celui de quelques mathématiciens. Je conclus : notre conception actuelle de la Dynamique implique, bon gré mal gré, la notion du mouvement absolu.

La mesure du temps, qui intervient dans la loi de l'inertie, donne lieu à des remarques de même nature, mais peut-être plus caractéristiques que celles qui viennent d'être développées au sujet du système de repères.

La loi de l'inertie est indépendante du choix de l'unité de temps, mais elle implique le choix d'une horloge, c'est-à-dire une notion de l'égalité de temps. On peut établir cette notion au moyen d'une simple définition, en décrétant, par exemple, la constance du jour sidéral (passons sur les difficultés que soulève la subdivision de cette unité). Mais on ferait ainsi abstraction de l'intuition causale d'après laquelle deux phénomènes déterminés par des circonstances physiques identiques doivent avoir des durées égales entre elles ou même, le cas échéant, s'accomplir dans *le même* temps. (Si l'on m'oppose l'impossibilité de définir l'identité de

circonstances physiques, je répondrai qu'il suffit que la notion de cette identité soit indépendante de l'idée de temps, et c'est ce qui est manifestement réalisé). L'égalité de temps constitue donc une notion physique indépendante de tout concept astronomique, et c'est physiquement et non pas astronomiquement que devrait être définie l'horloge-étalon ; bien plus, si l'on venait à constater une diminution (mesurée à l'horloge astronomique) de la durée d'oscillation d'un pendule défini physiquement, on n'hésiterait pas à l'attribuer à une augmentation du jour sidéral, surtout si la comparaison statique de la pesanteur avec les forces élastiques, par exemple, montrait qu'aucun changement n'est survenu de ce côté. Il est manifeste d'ailleurs que cette conclusion serait choisie en raison de sa conformité avec l'intuition causale et non pas en raison de sa commodité ; on ne saurait oublier en effet que le phénomène du jour sidéral a pour *cause* la rotation de la terre. Ajoutons, dans le même ordre d'idées, que, si Copernic a estimé plus vraisemblable la rotation de la terre que celle du ciel, c'est uniquement parce que la solidarité impliquée par un pareil mouvement s'accorde avec la structure physique de la terre, tandis qu'on ne s'expliquerait pas un tel mouvement d'ensemble d'un système de corps indépendants entr'eux comme le sont les corps célestes.

La conclusion à tirer de ces considérations est la suivante : l'idée du mouvement absolu ainsi que celle de l'égalité de temps sont des notions objectives et ont l'une et l'autre leur raison d'être dans la *concordance* de faits en nombre infini ; la science ne saurait faire abstraction de l'intuition causale en faisant intervenir dans la loi ou dans l'explication d'un phénomène des circonstances dont il est manifestement *indépendant* ; cette intuition causale (qu'il ne s'agit pas d'ailleurs de soustraire à la critique) a une valeur objective démontrée par la faculté de prévision qu'elle engendre ; elle a ses racines dans les connaissances continuellement et discrètement déposées par l'expérience en couches superposées dans lesquelles la pensée puise ses aliments essentiels. Cayley a pu dire que les mathématiques sont l'idéalisation du bon sens ; j'ajouterais volontiers que la science tout entière est le développement du bon sens, terme qui n'est lui-même que le nom vulgaire, mais excellent, de l'intuition causale.

**« Sur la convergence absolue des séries » et « sur un développement en série entière ».**

(*A propos des articles de MM. CARVALLO et JAMET*).

Permettez-moi de vous adresser deux remarques au sujet des Notes publiées sous ces titres, dans le dernier n° de *l'Enseignement mathématique*, par MM. Carvallo et Jamet.

Page 194. — M. Carvallo, à propos de la vraie valeur d'une série absolument convergente, donne aux mots *changer l'ordre des termes* une signification qui, comme il le remarque, rend *mauvaise* la forme du théorème de Dirichlet. Mais le théorème est susceptible d'une interprétation juste, plus simple, je crois, que celle proposée par M. Carvallo. Elle est adoptée dans le *Formulario mathematico*, éditio V, p. 225, prop. 26-2.

$$u \varepsilon qf N_0 . \Sigma (\text{mod } u , N_0) \varepsilon Q . \nu \varepsilon (N_0 f N_0) \text{ rcp. } \supset . \Sigma (u\nu , N_0) = \Sigma (u , N_0) .$$

« Si  $u$  est une quantité fonction des nombres  $0, 1, 2, \dots$ , c'est-à-dire si  $u$  est une succession, ou série de quantités, et si la somme des modules des  $u$ , étendue à tous les indices  $0, 1, 2, \dots$  est une quantité finie, c'est-à-dire, si la série des modules est convergente, et si  $\nu$  est une correspondance univoque et réciproque entre les nombres  $0, 1, 2, \dots$ , ou une permutation de cette suite infinie des nombres, alors la somme de la série permutée égale la somme de la série primitive. »

Les mots du langage ordinaire « changer l'ordre des termes » est remplacé par le symbole  $\nu \varepsilon (N_0 f N_0) \text{ rcp}$ , qui élimine toute ambiguïté.

Page 197. — Dans l'article de M. Jamet, il y aurait lieu d'ajouter une condition, pour mettre la multiplication des séries d'accord, par exemple, avec le *Formulario*, pag. 222, prop. 22-2, et pag. 225, prop. 27-1-2-3. Les propriétés que l'auteur démontre pour le nombre  $e$ , sont aussi démontrées d'une façon élémentaire dans le *Formulario* p. 241.

G. PEANO (Turin).

### A propos de « l'Initiation mathématique » de M. Laisant.

*Lettre adressée à M. FEHR.*

Monsieur et cher Collègue,

Je viens de lire très attentivement le petit volume de M. Laisant « Initiation mathématique ». Je le trouve extrêmement important pour la première initiation et d'un réel intérêt même pour les initiés.

Voilà un excellent ouvrage de vulgarisation mathématique dans le vrai sens du mot. Il contribuera sans doute à faire apprécier et aimer les mathématiques dans un milieu très étendu.

Parmi les nombreuses questions dont M. Laisant s'occupe dans son livre, on doit signaler notamment celles qu'on trouve de la page 62 à la page 93<sup>1</sup>, devenues intéressantes par la manière dont

<sup>1</sup> Les aires. — Le pont aux ânes. — Divers casse-têtes. — Le cube en huit morceaux. — Les nombres triangulaires. — Les nombres carrés. — La somme des cubes. — Les puissances de 11. — Triangle et carré arithmétiques. — Les numérations diverses. — La numération binaire. — Les progressions par différence.

elles ont été exposées. La méthode suivie dans les démonstrations, soit par sa simplicité, soit surtout pour bien parler aux yeux<sup>1</sup>, mériterait d'être généralisée et adoptée dans les livres destinés à l'enseignement élémentaire.

Le petit ouvrage de M. Laisant retiendra, je l'espère, l'attention des professeurs, et provoquera un échange de vues qui permettra sans doute de fournir quelques généralisations et extensions à d'autres questions et problèmes.

Capitaine R. GUIMARÄES,  
membre de l'Acad. des sciences de Lisbonne.

### Questions et remarques diverses.

*Vues stéréoscopiques pour l'enseignement de la Géométrie.* — Quelque lecteur pourrait-il nous renseigner sur ce que l'on possède<sup>2</sup> en fait de dessins stéréoscopiques pour l'enseignement des diverses branches de la Géométrie. Au moment où l'on cherche à développer chez les élèves l'intuition de l'espace, quelques dessins bien appropriés rendraient de grands services. Ces dessins seraient mis en circulation dans la classe avec l'appareil à main qui est déjà en usage pour d'autres branches d'enseignement.

*L'Enseignement mathématique* publierait éventuellement un certain nombre de planches à titre de modèles.

H. FEHR.

---

## CHRONIQUE

---

### La 15<sup>me</sup> réunion de l'Association allemande pour l'avancement de l'enseignement des sciences mathématiques et naturelles.

La réunion de l'Association allemande pour l'avancement de l'enseignement des sciences mathématiques et naturelles a eu lieu cette année, à l'occasion des vacances de Pentecôte, dans une petite ville universitaire de BAVIÈRE à *Erlangen*. Le choix de cette ville a permis de grouper d'une façon très intime les représentants des différentes parties de l'Empire allemand.

<sup>1</sup> Voir pp. 67-68, 69-70, 71-72, etc.

<sup>2</sup> Le *Katalog mathem. u. phys. Modelle, Apparate u. Instrumente*, publié par W. DYCK, à l'occasion de l'exposition organisée par la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung*, (Munich, 1892) mentionne une collection de dessins de J. SCHLOTKE, exposée par l'Institut mathem. de l'Ecole techn. sup. de Munich. — Mentionnons aussi la conférence faite à l'Association suisse des maîtres de mathématiques, en 1903, par M. STINER (Winterthour); elle n'a pas été publiée mais nous apprenons que M. Stiner prépare une publication sur cette question.