

théorème sur la Géométrie moderne.

Autor(en): **SAWAYAMA, Y.**

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

le premier membre, par trois signes α, β, γ et dans le second par α', β', γ' .

On a toujours $\gamma = \alpha$, c'est-à-dire que le symbole du premier membre est $\alpha\beta\alpha$; et dès lors, celui du second ($\alpha'\beta'\gamma'$) est $\beta - \alpha - \beta$.

Si on écrit trois fois α, β et si on change le signe du dernier groupe

$$\alpha \beta \alpha \beta - \alpha - \beta,$$

il suffit de diviser cette suite en deux moitiés

$$(\alpha \beta \alpha) (\beta - \alpha - \beta)$$

pour obtenir les deux symboles caractérisant l'une quelconque des quatre relations. C.-A. L.

Un théorème sur la Géométrie moderne.

Voici un théorème de Géométrie moderne qui, je crois, est nouveau.

THÉORÈME. — Etant donnés deux triangles perspectifs ABC et A'B'C', tels que les sommets A', B', C' soient situés un à un sur les côtés du triangle ABC, on a

$$\frac{BX \cdot CY \cdot AZ}{CX \cdot AY \cdot BZ} \cdot \frac{B'X' \cdot C'Y' \cdot A'Z'}{C'X' \cdot A'Y' \cdot B'Z'} = 1,$$

X, X' étant les points d'intersection avec BC et B'C' d'une droite passant par A.
 Y, Y' » » » » CA et C'A' » » B,
 Z, Z' » » » » AB et A'B' » » C.

Démonstration. — Soit D le point d'intersection des droites AX et BB'. Si l'on considère AX comme transversale par rapport aux triangles BB'C, C'BB', on a

$$1 = \frac{BX \cdot CA \cdot B'D}{CX \cdot B'A \cdot BD}, \quad 1 = \frac{BD \cdot B'X \cdot C'A}{B'D \cdot C'X \cdot BA},$$

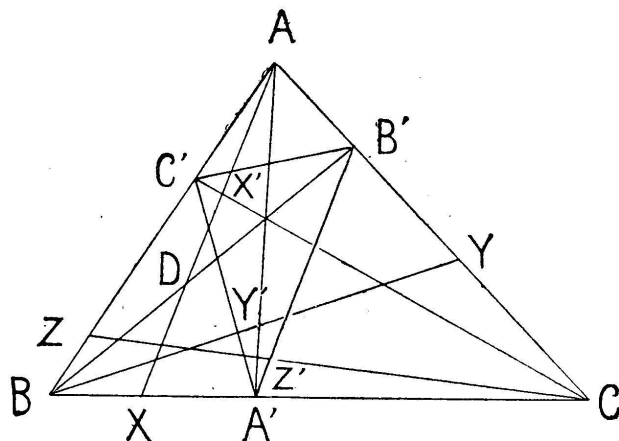
d'où l'on déduit

$$(\alpha) \quad 1 = - \frac{AC' \cdot CA \cdot BX \cdot B'X'}{AB' \cdot AB \cdot CX \cdot C'X'}$$

On a de la même manière

$$(\beta) \quad 1 = - \frac{BA' \cdot AB \cdot CY \cdot C'Y'}{BC' \cdot BC \cdot AY \cdot A'Y'}$$

$$(\gamma) \quad 1 = - \frac{CB' \cdot BC \cdot AZ \cdot A'Z'}{CA' \cdot CA \cdot BZ \cdot B'Z'}$$



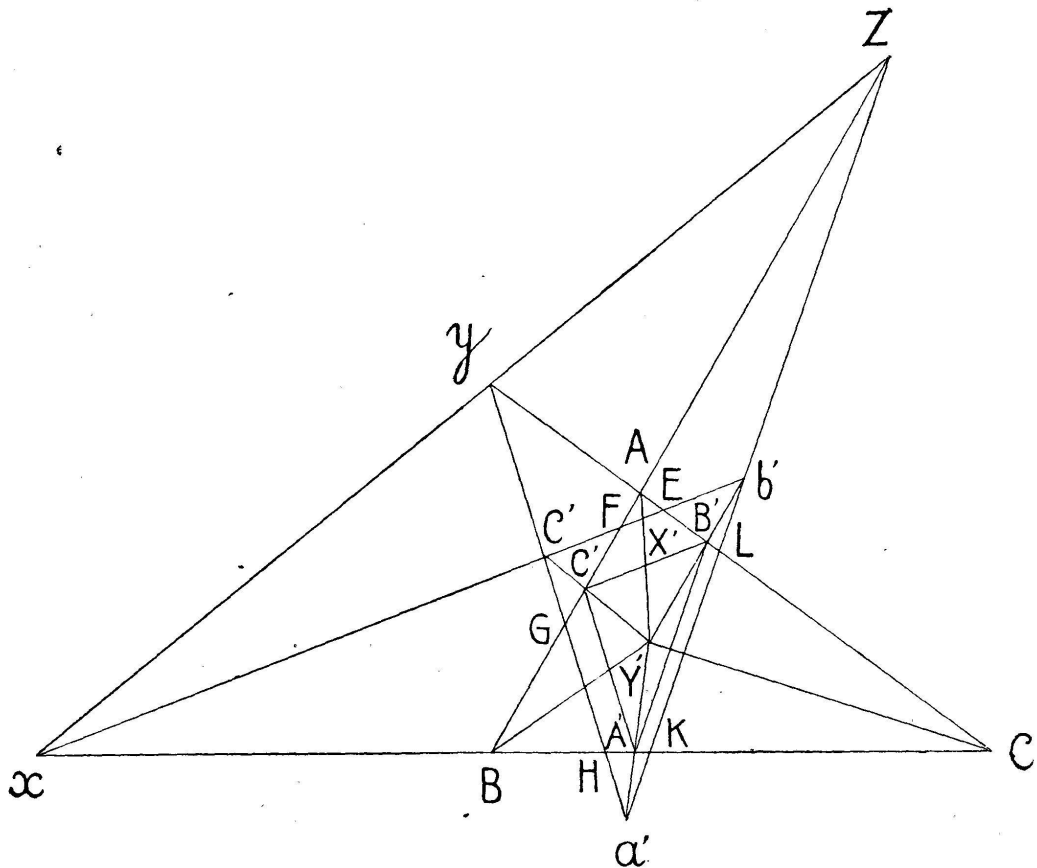
En multipliant membre à membre on obtient

$$\begin{aligned}
 1 &= - \frac{AC' \cdot BA' \cdot CB'}{BC' \cdot CA' \cdot AB'} \cdot \frac{CA \cdot AB \cdot BC}{AB \cdot BC \cdot CA} \cdot \frac{BX \cdot CY \cdot AZ}{CX \cdot AY \cdot BZ} \cdot \frac{BX' \cdot CY' \cdot A'Z'}{C'X' \cdot A'Y' \cdot B'Z'} \\
 &= (-1) (-1) (+1) \frac{BX \cdot CY \cdot AZ}{CX \cdot AY \cdot BZ} \cdot \frac{B'X' \cdot C'Y' \cdot A'Z'}{C'X' \cdot A'Y' \cdot B'Z'} \\
 &= \frac{BX \cdot CY \cdot AZ}{CX \cdot AY \cdot BZ} \cdot \frac{B'X' \cdot C'Y' \cdot A'Z'}{C'X' \cdot A'Y' \cdot B'Z'} .
 \end{aligned}$$

Corollaires. — I. Quand AX, BY, CZ sont des droites concourantes, il en est de même de A'X', B'Y', C'Z', et inversement.

II. Quand X, Y, Z sont collinéaires, X', Y', Z' le sont aussi, et inversement.

III. Le triangle ABC et un autre triangle $a'b'c'$ homothétique à $A'B'C'$ sont perspectifs; inversement le triangle $A'B'C'$ et un autre triangle abc homothétique à ABC sont perspectifs. Dans les deux cas le centre d'homothétie est le point d'intersection de AX' avec BY', X' et Y' étant les points milieux des côtés du triangle $A'B'C'$ qui sont opposés à A et B.



En effet, soient x, y, z les points d'intersection des côtés correspondants des deux triangles $a'b'c'$ et $A'B'C'$, on a

$$b'E = c'F, \quad c'G = a'H, \quad a'K = l'L,$$

E, F étant les points d'intersection de $b'c'$ avec CA et AB; de même pour G et H; K et L.

Si nous envisageons les côtés du triangle ABC comme transversales du triangle $a'b'c'$, nous pouvons écrire

$$\frac{b'x}{c'x} = \frac{b'K.c'H}{a'K.c'H}, \quad \frac{c'y}{a'y} = \frac{c'E.b'L}{b'E.a'L} = \frac{c'E.a'K}{b'E.b'K},$$

$$\frac{a'z}{b'z} = \frac{a'G.c'F}{c'a.b'F} = \frac{c'H.b'E}{a'H.c'E}.$$

Ces relations donnent

$$\frac{b'x.c'y.a'z}{c'x.a'y.a'z} = 1,$$

d'où il résulte que les points x, y, z sont collinéaires.

On démontrerait de la même manière la seconde partie du corollaire.

Y. SAWAYAMA (Tokio).

A propos de la rotation de la Terre¹.

Lettre de M. G. COMBEBIAC (Bourges).

Dans cette question j'en discerne deux à traiter successivement et dont la première est celle-ci : la rotation constitue-t-elle, pour les corps, une qualité objective ?

Si le doute est permis lorsqu'on se cantonne dans le domaine cinématique, on peut, semble-t-il, affirmer que l'état dynamique d'un corps permet de définir la rotation dont il peut être animé (direction de l'axe et intensité). Donc, dans notre conception actuelle de la dynamique, la rotation absolue constitue bien une qualité objective des corps ; en d'autres termes, nos conceptions dynamiques comportent, bon gré mal gré, la notion de ce qu'on a appelé l'espace absolu. Aussi le relativiste dont M. Andrault nous a communiqué les très intéressantes réflexions ne manque-t-il pas de nous affirmer que « la rotation de la terre est à l'origine de notre dynamique ». Il faut reconnaître que l'argument vise bien le cœur de la question ; seulement il ne cadre pas avec les faits, car, s'il ne paraît pas impossible de soutenir que la dynamique est d'origine exclusivement terrestre (en Astronomie, on observe des mouvements et non pas des forces), ses lois sont en revanche d'une nature telle qu'elles excluent toute dépendance avec la rotation de la terre et avec celle d'un système quelconque de repères. Il est en effet facile de se rendre compte que, si l'on n'avait observé que des mouvements relatifs, l'intervention de la force

¹ Voir l'*Enseignement Mathématique* du 15 mars, 1904, p. 150-155.