

**J. Tropfke. — Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. Erster Band, 8°, VIII-332p., 1902; Mk. 8.—. Zweiter Band, VIII-496 p., 1903 ; Mk. 12.— ; Veit & Co., Leipzig.**

Autor(en): **Suter, H.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1905)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

*Venant* et qui avait été proposé et résolu par Clebsch, forme l'objet du dixième chapitre. Enfin le dernier chapitre est entièrement consacré aux problèmes de M. le professeur Voigt. Ces problèmes sont une généralisation de celui de Saint-Venant ; ils permettent d'assigner des méthodes générales à la détermination des constantes élastiques des cristaux et ont des applications très importantes dans l'étude des phénomènes prézoélectriques d'un cylindre cristallin.

Dans ce compte rendu, je me suis efforcé à mettre en évidence l'importance des questions abordées par M. Marcolongo et l'excellente coordination didactique avec laquelle elles ont été étudiées. Je suis certain que son ouvrage sera accueilli avec beaucoup de faveur par les mathématiciens et les ingénieurs.

CR. ALASIA (Tempio, Sard.)

J. TROPFKE. — **Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung.** Erster Band, 8<sup>o</sup>, VIII-332 p., 1902 ; Mk. 8.—. Zweiter Band, VIII-496 p., 1903 ; Mk. 12.— ; Veit & Co., Leipzig.

Le Tome Premier de cet Ouvrage comprend deux parties : le *Calcul* et l'*Algèbre* ; le Tome II en comprend douze : *Géométrie*, *Logarithmes*, *Trigonométrie plane*, *Sphérique et Trigonométrie sphérique*, *Séries*, *Intérêts composés*, *Analyse combinatoire et calcul des probabilités*, *Fractions continues*, *Stéréométrie*, *Géométrie analytique*, *Sections coniques*, *Maxima et Minima*. Sur ces quatorze parties les six premières embrassent 612 pages, tandis que les huit dernières n'occupent que 160 pages. Comme on le voit, ces différentes parties n'ont pas été traitées de la même manière, tout au moins au point de vue quantitatif. Nous reconnaissons qu'il est juste que la plus grande place soit accordée au *Calcul*, à l'*Algèbre* (étude des équations), à la *Planimétrie* (c'est ainsi que devrait être intitulée la 3<sup>me</sup> partie, et non pas « Géométrie ») et à la *Trigonométrie*, mais nous n'en estimons pas moins que la plupart des autres parties sont trop restreintes par rapport aux premières. Quant à l'ordre adopté par l'auteur, il soulèvera également des critiques de la part de bien des lecteurs. On comprend que les *Logarithmes* précèdent la *Trigonométrie* ; mais on ne s'explique pas pourquoi les *Séries*, les *Intérêts composés*, l'*Analyse combinatoire* et les *Fractions* ont été intercalés entre la *Trigonométrie sphérique* et la *Stéréométrie*.

Quant à la façon dont sont traitées ces différentes parties, notamment les six premières, nous ne pouvons exprimer que des éloges ; pour tous ceux qui voudront glisser quelques notes historiques, çà et là, dans leur enseignement, cet Ouvrage constitue une mine très précieuse ; ils s'orienteront très facilement dans les différents chapitres. L'auteur a d'ailleurs eu soin d'ajouter une table alphabétique et une analytique ; toutefois celle-ci pourrait être encore plus riche ; on y omet, entre autres, l'indication des démonstrations à induction complète.

Le mode d'exposition adopté par l'auteur devait inévitablement donner lieu à des répétitions ; mais, il eût été possible d'en diminuer le nombre et, par ce fait, l'étendue du volume. Ainsi, on retrouve dans la section C (le développement de la notion de nombre) de la deuxième Partie les chapitres « le nombre un », « le nombre zéro », « le nombre fractionnaire », qui figurent déjà dans la première Partie, section A (les noms de nombres, les chiffres) et dans la section D (les fractions). Il eût donc suffi de faire entrer les nombres négatifs, irrationnels et complexes dans la section C de la deuxième

Partie, et de réunir dans la première Partie (le Calcul) tout ce qui concerne le zéro, le nombre un et les nombres fractionnaires. En outre l'auteur reprend à la p. 180 (T. I), sous une forme plus réduite il est vrai, le développement de l'Algèbre depuis Diophante aux Cossistes de l'Occident en passant par les Hindous, tandis que cette question a déjà été examinée p. 123 à 130, puis de nouveau p. 146-151; aux pages 246 et 247 revient, sous la même forme, l'*aldjebr walmukâbala* déjà mentionné p. 152, etc.

Nous avons enfin à critiquer la façon dont sont rappelées les notes biographiques des mathématiciens; nous nous bornerons à indiquer quelques exemples: pour L. EULER on retrouve 22 fois la note (1707 Basel-1783, Petersburg, Berlin, Petersburg), rédigée de sept manières différentes; pour LAMBERT on a 12 fois la note: (1728-1777, Oberbaurat u. Akademiker in Berlin), mais on ne voit nulle part où il est né, et ce n'est que dans II, p. 133, que figure la mention des prénoms « Joh. Heinrich »; pour DIOPHANTE on lit 21 fois: (drittes bis viertes Jahrh. n. Chr.), même deux fois de suite p. 158 et 159; pour GRAMMATEUS on apprend seulement p. 190 qu'en réalité il s'appela Heinrich Schreiber et qu'il était d'Erfurt, bien qu'il ait déjà été cité 18 fois. On voit, par ces exemples, qu'une meilleure disposition dans les notes eût permis de diminuer sérieusement l'étendue du volume. L'auteur aurait pu se borner à donner *une seule fois* les renseignements biographiques, éventuellement un peu plus complets, et d'indiquer ceux-ci dans la table alphabétique en accompagnant par exemple le numéro de la page d'un astérisque.

On comprend aisément que dans un Ouvrage tel que celui-ci où sont accumulés tant de renseignements historiques, il devait se glisser inévitablement quelques erreurs. Outre celles qui ont déjà été signalées par M. G. Eneström et que le lecteur trouvera dans *Bibliotheca mathematica* 1903, p. 213-218, et 1904, p. 404-412, j'ai relevé encore les suivantes:

TOME I, p. 8: « le symbole pour le zéro est d'origine hindou-arabe »; il y a lieu de supprimer « arabe ».

P. 35: Ici l'auteur parle d'un Manuel de calcul de Mohammed ibn Mousâ Alchwarizmi et cite au bas de la page dans la note 119 une traduction anglaise: *The algebra of Mohammed ben Musa*, ed. F. Rosen, etc.; cette note n'appartient pas à cette place.

P. 41, etc.: « Pergæ » n'est pas correct: en grec ce nom de lieu s'écrit  $\pi\epsilon\rho\gamma\eta$ , en lat. Perga ou Perge; dans l'Ouvrage de Cantor on trouve également la forme incorrecte.

P. 81: « La dénomination de Fraction (*Bruch*) remonte au *numerus ruptus* de Leonard »; les Arabes possédaient déjà le terme *kesr* = fraction, et c'est à eux que l'a emprunté Leonard.

P. 163: Gerhard de Cremona a utilisé, déjà avant Leonard, le terme de *communicans* pour commensurable, et pour irrationnel le mot *surdus* (ce dernier point a déjà été cité par Eneström l. c. p. 216).

P. 187: Nous ne nous expliquons pas la note biographique sur Gerhard de Cremona « 1114 Andalousie — 1187 Tolède »; d'après une source ancienne et non contestée Gerhard est de Cremona en Italie.

P. 209: Nous ne comprenons pas pourquoi l'auteur donne pour l'extraction de la racine cubique d'après Héron la formule incorrecte 
$$\sqrt[3]{A} = q + \frac{b\sqrt{a}}{A + b\sqrt{a}}$$
 (avec 6 au lieu de  $b$ ) donnée par Curtze (*Zeits. f. Math. u. Phys.* Bd. 42, p. 119) au lieu de donner la formule correcte de Wertheim (*ibid* Bd. 44, p. 2).

*P. 212* : Gemma Frisius n'est pas le premier qui, dans l'extraction de la racine carrée, forme l'expression  $(2a + b)b$  en écrivant le quotient  $b$  à la droite du diviseur et en multipliant le nombre obtenu par ce quotient ; c'est ce que fit déjà un Arabe de l'Occident, Abû Zakarijâ al Hassâr, probablement au XII<sup>e</sup> siècle (v. Biblioth. Mathem. 1901, p. 22 et 23).

*P. 213* : « Avant Stifel, on ne trouve pas de racines portant sur des sommes algébriques » ; on en rencontre cependant déjà dans l'Algèbre intitulée Al-Fakhrî et due à Al-Karchî (v. l'édition publiée par F. Wœpcke, Paris, 1853, p. 54 et 55).

*P. 215* : Il faut lire *ghana mûla* au lieu de *varga ghana*.

*Ibid.* : « *Gubâr* = Calculer » n'est pas correct ; *gubâr* signifie « poussière » et *hisabl-gubâr* veut dire « calcul sur le tableau à poussière ».

*P. 255* : La mention d'après laquelle des auteurs arabes racontent que l'astronome Hipparque aurait écrit un mémoire sur les équations du second degré, est vague, sinon incorrecte : d'abord dans les écrits arabes il n'est pas question d'équations quadratiques, mais d'un « Livre sur l'Algèbre » ; en second lieu, on donne des interprétations très variées pour le nom d'Hipparque dans Ibn al-Qiftî et dans le Fihrist, on peut aussi bien lire « Ibn lahjâ » que « Hipparque » ; enfin, en troisième lieu, l'article consacré à Hipparque dans le Fihrist est entièrement gâté, en ce qu'il a été fondu en *un seul* avec un article sur Diophante (v. Bibl. Mathem. 1903, p. 298 et 299, Abhandlgn. z. Gesch. d. mathem. Wissenschaften, VI, p. 54 et 55).

*P. 268 et 269* : En parlant de la marche suivie par Viète dans la résolution des équations  $x + y = a$  et  $xy = b$ , l'auteur aurait dû rappeler qu'elle avait déjà été suivie par Diophante, d'autant plus qu'il en est précisément question à la page 248.

*P. 282* : L'auteur dit que l'on n'est pas parvenu à reconstruire le procédé de Gijât ad-dîn al-Kâschî pour la détermination des racines numériques approchées d'une équation du 3<sup>e</sup> degré ; il est cependant fort probable que ce procédé ait été reconstitué dans le mémoire de J.-P. Gram, Essai sur la restitution du calcul de Léonard de Pise sur l'équation  $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$  (dans Oversigt over det K. D. Videnskab. Selskabs, 1893, p. 18-28).

*P. 296* : Après avoir mentionné 37 fois le nom de « Diophante » l'auteur ne devrait plus écrire « nous devons à *un* mathématicien grec Diophante, etc.

*P. 304* : « ou  $p$  est soumis à la condition d'être un nombre impair » n'est pas correct.

*P. 305* : La remarque que « dans trois nombres de Pythagore l'un est divisible par 3, l'autre par 4 et le 3<sup>e</sup> par 5 », n'est pas correcte ; par ex. 5, 12, 13 !

*Ibid.* : Il y a lieu de préciser le théorème d'après lequel « il n'y a pas de triangle rectangle dont l'aire soit exprimée par un nombre carré parfait » ; il s'agit naturellement d'un triangle rectangle de Pythagore ou à côtés rationnels ».

TOME II. *P. 43* : En parlant de la résolution de la trisection de l'angle par Jordanus Nemorarius, l'auteur aurait dû dire qu'elle est empruntée presque textuellement au Liber trium fratrum de Geometria, cité immédiatement au-dessus.

*P. 44* : Si d'autre part (I, p. 50 etc.) Jost Bürgi est mentionné comme suisse, l'auteur aurait pu le faire ici pour J. Steiner ; on apprend seulement que « le grand géomètre allemand » était à Berlin, mais on ne lit pas où il est né, ni où il est mort.

*P. 53* : Les cinq espèces de pentagones que l'auteur indique ici d'après R. Wolf ne sont nullement les seuls ; il manque par exemple le pentagone ayant trois couples de côtés qui se croisent ; à ce point de vue le mémoire cité de Wolf est incomplet.

*P. 59* : « D'après Proclus c'est à Thalès qu'il faut attribuer la découverte qu'un cercle est partagé en deux parties égales par tout diamètre ; » ce passage de Proclus ne devrait plus être cité, car il est évident qu'une vérité aussi élémentaire était connue déjà longtemps avant la culture grecque.

*P. 71* : « Pour ce qui est de deux droites auxiliaires qui fournissent les deux triangles égaux dans la démonstration du théorème de Pythagore, des auteurs arabes ont montré plus tard qu'elles sont perpendiculaires entre elles » ; mais cela n'est pas démontré à l'endroit cité (Anaritius edid. Curtze, p. 78 et suiv.).

*P. 73* : Il y aurait lieu de mentionner ici que la démonstration arabe du théorème de Pythagore d'après Anaritius est due à Tâbit b. Qorra.

*P. 114* : Après proportion III il faut lire : « le rapport du rayon au demi-côté, etc. ».

*P. 191* : A côté des traductions arabes et hébraïques de la Sphérique de Menelaüs, il y a lieu de citer aussi des traductions latines.

*P. 210* : Ici l'auteur parle d'un « ouvrage de Sphérique » de Maurolykus ; il aurait dû ajouter que c'est la sphérique de Menelaüs.

*P. 211* : D'après nos connaissances actuelles, on ne trouve chez lui (Abû'l-Wafa) aucune table (des sécantes et des cosécantes) pas plus que chez les autres auteurs arabes » ; cela n'est pas juste d'après les recherches récentes de C. A. Nallino (Edition d'Al-Battâni, Milan, 1903, T. I, p. 182), car dans les tables de Ahmed b. Abdallah al-Habasch il y a une table des cosécantes.

*P. 214* : Il n'est pas juste de dire : « Pour le sinus de l'angle complémentaire les Hindous possédaient le terme Kotijyâ ; on cherche en vain un pareil terme chez les Arabes et les mathématiciens du Moyen âge jusqu'au 16<sup>me</sup> siècle. » Cette erreur repose sur ce que l'auteur semble ignorer d'une part la signification du mot Kotijyâ, d'autre part la terminologie mathématique arabe. Ce terme est un mot composé hindou et signifie « sinus de la fin (de l'arc) » ou « sinus du complément (de l'arc pour 90°) » ; ceci a été traduit par les Arabes d'une manière tout à fait correcte, par « watar (corde) at-tamâm » (Al-Battâni), ou djaib (sinus) at-tamâm » (Nassir addin) = corde ou sinus de la fin ou du complément (de l'arc) ; et à son tour vient la traduction exacte, au moyen âge, en « sinus complementi ». Il n'y a pas de meilleure preuve du passage de la Trigonométrie des Hindous aux Arabes, puis de ceux-ci à l'Occident, que la parfaite coïncidence dans leur signification des trois termes :

Kotijyâ = djaib at-tamâm = sinus complementi (= cosinus).

*P. 234* : On a cru jusqu'ici que le principe des sinus dans le cas d'un triangle plan remonte seulement à Nassir-ad-din ; mais, d'après C. A. Nallino, dans son édition du Battâni, on voit que ce théorème est signalé comme connu déjà dans la Chronologie de Birûni (mort en 1048). (Trad. angl. de Sachau, p. 166), il est probable que Al-Battâni le possédait déjà (v. Bibl. math., 1904, p. 81 et 82).

*P. 253* : Il n'est pas aussi évident, comme l'auteur le croit, que la méthode numérique dans la résolution des problèmes de la sphérique soit due aux Babyloniens.

*P. 326* : L'affirmation suivant laquelle Omar Alkhayyâmê aurait connu les

puissances supérieures de  $a + b$  ne peut pas être acceptée en toute certitude.

*P. 369-404*: Ces pages sont consacrées à la Stéréométrie ; l'auteur a encore pu tenir compte de la récente édition de la *Metrica* de Heron (Edid. Schöne, Leipzig, 1903), tout au moins pour les annotations ; mais il a omis de citer différents points de cet intéressant ouvrage, par ex. les jolies applications entièrement exactes, au sabot cylindrique (p. 131) et à la détermination du volume commun à deux cylindres dont les axes sont perpendiculaires (p. 133) ; toutes deux ont été empruntées par Héron à un écrit d'Archimède intitulé *Ephodicon*, mais qui a été perdu.

*P. 447*: Il y a lieu de mentionner qu'il existe aussi des écrits arabes sur les propriétés optiques des foyers des coniques ; par ex. ceux de Ibn al-Haitam (mort en 1039).

C'est par ces notes que nous terminerons notre compte rendu de cet ouvrage qui rendra de grands services à tous ceux qui, reculant devant le prix élevé des trois volumes de l'Œuvre de Cantor, désirent avoir sous la main un ouvrage sur le développement historique des mathématiques élémentaires ; d'une consultation très facile, l'ouvrage de M. Tropfke offre d'une manière générale d'excellents renseignements.

H. SUTER (Zurich).

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

### 1. Sommaire des principaux périodiques :

*Acta Mathematica*, Journal rédigé par G. MITTAG-LEFFLER. T. XXIX. Beijer, Stockholm.

Fasc. 1. — G. HESSENBERG : Ueber einen geometrischen Calcül (Verknüpfungs-Calcül). — L. HANNI : Ueber die Beziehungen zwischen der Darstellung eines eindeutigen Zweiges einer monog. Function durch H. Mittag-Leffler, der Methode der Mittelwerte des H. Borel und der Transformation des H. Lindelöf. — A. GULLSTRAND : Zur Kenntniss der Kreispunkte.

Fasc. 2. — MITTAG-LEFFLER : Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène (cinquième note). — E. LINDELÖF : Remarques sur un théorème fondamental de la théorie des ensembles. — A. WIMAN : Ueber den Fundamentalsatz in der Theorie der Funktionen  $E_x(x)$ . — J. MALINQUIST : Etude d'une fonction entière.

*Annals of the mathematics*, published under the Auspices of Harvard University, second series, Cambridge. Mass.

Vol. 5, n° 4. July 1904. — B.-O. PEIRCE : Some Elementary Theorems Concerning the Steady Flow of Electricity in Solid Conductors. — R.-E. AL-LARCIDE : On a Linear Transformation, and some Systems of Hypocycloids. — G.-D. BIRKHOFF and H.-S. VANDIVER : On the Integral Divisors of  $A^n - B^n$ . — KENNELLY : Two Elementary Constructions in complex Trigonometry. — S.-A. COREY : Note on Stirling's Formula. — G.-A. MILLER : Note on Sylow's Theorem. — P. SAUREL : The Condition for a Plait Point.