Sur les racines des équations algébriques.

Autor(en): **Zervos, P.**

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1905)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

$$\overline{IN}^2 = \overline{PN}^2 + \overline{PI}^2 \mp 2PI \,.\, PL \;;$$

moins ou plus, suivant qu'il s'agit du cercle inscrit ou du cercle ex-inscrit.

Joignant ce résultat à la relation (α) et observant que I, L, V, U sont sur le même cercle (PI.PL = PU.PV), nous obtenons

$$\overline{IN}^2 = \overline{PU}^2 + \overline{PV}^2 \mp 2PU \,.\, PV = (PU \mp PV)^2$$

$$= \overline{VU}^2 = (A'U \mp A'V)^2 = (NQ \mp IX)^2$$

$$\therefore \quad IN = NQ \mp IX \,.$$

Ainsi la distance entre le centre du cercle des neuf points et le mi-centre est égale à la différence de leurs rayons ; donc les deux cercles sont tangents intérieurement.

La distance entre le centre du cercle des neuf points et le ex-centre est égale à la somme de leurs rayons; donc les deux cercles sont tangents extérieurement.

V. Sawayama (Tokio).

Sur les racines des équations algébriques.

Les remarques présentées par M. Kariya (v. n° du 15 septbr. 1905; p. 398-399) au sujet de ma note parue en juillet 1904 (p. 297 et suivantes) reposent sur un malentendu. Il s'agit du théorème suivant :

Si dans un polynome entier avec tous ses termes positifs ordonné par rapport aux puissances décroissantes de x, le rapport d'un coefficient au précédent ne va pas en croissant, l'équation que l'on obtient en égalant le polynome à zéro a nécessairement des racines imaginaires.

L'erreur de M. Kariya résulte de ce qu'il ne tient pas compte de la distinction que nous faisons entre l'ordre des coefficients et l'ordre des rapports de ces coefficients. En disant que *le rapport d'un coefficient au précédent ne va pas en croissant*, nous entendons 1° que dans le polynome

$$a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \dots + a_m,$$

on prend comme ordre des coefficients l'ordre des indices et l'on forme les rapports

$$\frac{a_1}{a_0} = \lambda_1 \,, \quad \frac{a_2}{a_1} = \lambda_2 \dots \quad \frac{a_m}{a_{m-1}} = \lambda_m \,;$$

2° que l'on ordonne les λ en commençant par celui qui correspond *au terme constant* du polynome, c'est-à-dire que l'on envisage la suite

$$\lambda_m, \quad \lambda_{m-1}, \ldots \ldots \quad \lambda_1,$$

tandis que M. Kariya envisage celle que l'on obtient en commençant par λ_1.

Il suffirait d'ailleurs pour faire la distinction dont nous parlons de voir tout simplement la conclusion de notre démonstration (loc. cit.). Or, précisément pour cette démonstration M. Kariya ajoute qu'il n'en ressort pas que l'équation a nécessairement des racines imaginaires. C'est une autre erreur de sa part qui nous oblige de nous expliquer sur quelques points de cette démonstration. D'après le théorème classique de Descartes sur le nombre des variations d'un polynome, un polynome entier avec tous ses termes positifs n'a aucune racine positive, par conséquent, si un tel polynome n'a pas toutes ses racines négatives, *il aura nécessairement des racines imaginaires,* donc, si nous trouvons une propriété des coefficients d'un polynome qui existe nécessairement quand toutes les racines sont négatives, nous aurons aussi, dans le cas ou le polynome a tous ses termes positifs, une condition suffisante pour l'existence nécessaire des racines imaginaires. Cette condition consiste évidemment en ce que les coefficients de ce polynome ne jouissent pas de la dite propriété.

Une telle propriété est la suivante :

Les rapports λ des coefficients d'un polynome ayant toutes ses racines négatives vérifient nécessairement les inégalités :

$$\lambda_m < \lambda_{m-1} < \ldots < \lambda_2 < \lambda_1 .$$

C'est précisément ce que nous avons démontré dans l'article cité. *(L'Ens. mathém., 15 juillet 1904, page 298.)*

P. Zervos (Athènes).

Théorie de la droite et des parallèles.

Les « définitions » classiques de la droite et des parallèles ne sont pas des définitions ; ce sont des théorèmes, c'est-à-dire des propositions à démontrer.

Qu'on veuille bien y réfléchir : Pas plus que la propriété d'être la plus courte de toutes les lignes menées entre deux points ne définit ce qu'est, mathématiquement, la qualité de droite pour une ligne, le fait de ne pas se rencontrer à quelque distance qu'on les prolonge ne dit l'essence du parallélisme, ne précise de façon