Chapitre III. — Le calcul des probabilités peut-il servir à la connaissance de l'avenir.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

On considère la précision K comme égale à $\frac{1}{\nu\sqrt{\pi}}$.

On fait la moyenne générale M et t, considéré comme le produit de l'erreur par la précision devient $t = K\sqrt{n}(M - m)$, et

$$t = \frac{n_1\sqrt{n}\, d\nu}{\sqrt{\pi}\,(n\nu_1^2 + n_1\nu^2)}$$

avec des simplifications.

La probabilité d'avoir une mesure égale à m sera égale à $1 - \Theta(t)$, ce qu'un tableau peut nous fournir.

Ainsi donc, non seulement le calcul des probabilités fournit un écart probable et la probabilité d'un écart entre le nombre probable et le nombre réel d'arrivées d'un événement, mais encore une erreur probable et la probabilité d'une erreur, c'est-à-dire d'un écart entre une valeur observée et une valeur réelle (et non plus probable), le plus souvent ignorée (et à laquelle on substitue la moyenne des valeurs, considérée comme la valeur la plus probable).

Ce dernier calcul présente encore bien plus d'éléments subjectifs que le premier. En tout cas il y a lieu de ne pas confondre, ce que nous verrons qu'on a fait, l'erreur et l'écart.

Et maintenant, que peut-on tirer de ce calcul de la probabilité des erreurs ? Nous verrons ce qu'on en a tiré. Nous verrons ensuite si l'on en peut légitimement tirer quelque chose.

Chapitre III. — *Le calcul des probabilités peut-il servir à la connaissance de l'avenir.*

Opinion de Laplace. — Opinion de M. Poincaré. — Application du calcul de probabilité aux jeux de hasard ; exemple. — Les probabilités partielles. — Les opinions et les critiques de Cournot.

Le calcul des probabilités peut-il servir à la connaissance de l'avenir ? Nous avons vu qu'un historien des sciences occultes en faisait un mode de divination spécial. Seulement, ce n'est pas là une autorité suffisante. Mais nous nous trouvons souvent en présence de joueurs qui dans leurs mises s'efforcent de suivre les indications du calcul des probabilités. Si l'on joue à la roulette, par exemple, lorsque la rouge est sortie six fois de suite, on met sur la noire avec une quasi-certitude qu'elle sortira, la probabilité d'une sortie consécutive de sept rouges étant très faible. Le calcul des probabilités légitime-t-il ce raisonnement ? Laplace distingue expressément deux cas dans la probabilité des événements futurs : si l'événement attendu dépend des événements antérieurs, il y a une probabilité nouvelle, tirée de la connaissance de cet événement, pour l'événement à venir. Si par exemple on a dans une urne une boule blanche et une noire, la probabilité d'en tirer une quelconque est $\frac{1}{2}$. Mais si l'on tire une boule blanche, sans la remettre, la probabilité de tirer la noire devient égale à 1. C'est une certitude. Dans le second cas, l'événement nouveau est indépendant des événements anciens, sa probabilité reste alors constante.

Si, après avoir tiré la boule blanche de l'urne, je l'y remets, la probabilité de tirer la boule noire reste $\frac{1}{2}$. Il en est ainsi toujours pour des jeux comme pile ou face, ou comme la roulette.

Dans ce cas, dit Laplace, « le passé ne peut répandre aucune lumière sur l'avenir et il serait absurde d'en tenir compte » [1].

Mais Laplace ne donne pas une justification suffisante de son assertion. Le calcul des probabilités juge des sorties respectives à pile ou face, quand elles sont passées, et attribue une probabilité infiniment faible à une sortie constante de pile par exemple ; pourquoi ne le pourrait-il faire dans l'avenir ?

M. Poincaré s'occupe aussi de la question. Parlant des joueurs qui mettent sur la noire après une sortie consécutive de six rouges, il dit : « En réalité leur probabilité de gain reste $\frac{1}{2}$. L'observation montre, il est vrai, que les séries de sept rouges consécutives sont très rares, mais les séries de six rouges suivies d'une noire sont tout aussi rares. Ils ont remarqué la rareté des séries de sept rouges, s'ils n'ont pas remarqué la rareté des séries de six rouges et une noire, c'est uniquement parce que de pareilles séries frappent moins l'attention [2] ».

---

(1) LAPLACE. *Essai philosophique sur le calcul des probabilités*, p. 18.

(2) POINCARÉ. Réflexions sur le calcul des probabilités. *Revue générale des Sciences*, 5 août 1899, p. 267.

Le raisonnement de M. Poincaré ne nous paraît pas absolument juste. Cette assimilation d'une série de sept rouges à une une série de sept sorties décomposée en six rouges et une noire n'est pas exacte. Car cette série de six rouges et une noire ne représente en fait qu'une série de six rouges, l'apparition de la noire ne faisant que marquer la fin de cette série ; une série de sorties d'une couleur ne peut en effet se clôturer que par une sortie de la couleur inverse. (Une série n'est série que si elle est homogène, elle est close par une apparition hétérogène.) Dire qu'une série de six rouges et une noire est aussi rare qu'une série de sept rouges, c'est dire en fait qu'une série de sept rouges consécutives est aussi probable qu'une série de six rouges consécutives. Or ceci est contraire au calcul des probabilités. La probabilité d'une série est égale au produit des probabilités partielles de chaque terme, où à la puissance n^{me} de cette probabilité, n représentant le nombre de termes de la série. Il est donc évident que la probabilité d'une série de sept termes est moindre que d'une série de six termes.

Et nous pouvons encore nous demander pourquoi ce n'est pas le joueur qui a raison.

A vrai dire, si le calcul des probabilités ne légitime pas la spéculation des joueurs, c'est parce que les probabilités initiales ne sont applicables que pour plus d'un terme, qu'alors il faut faire appel au théorème de Bernoulli et que l'application du théorème de Bernoulli réclame un grand nombre d'expériences. Or la probabilité porte ici non sur un grand nombre d'événements futurs, mais sur un seul. Dès lors le calcul des probabilités n'est plus applicable. Il y a parfois des rencontres extraordinaires dans une série très limitée d'événements, mais les grands nombres régularisent tout, et rien ne permet plus alors de s'en apercevoir, en sorte que ce qui est vrai de la totalité ne l'est pas des parties, et qu'en voulant passer de l'une aux autres on risque de tomber dans des erreurs très grossières.

Mais, semble-t-il, le calcul des probabilités reste applicable à la prévision des rapports respectifs de différents événements, pour un nombre considérable de ceux-ci.

Il est évident que, si l'on a 10.000 numéros dans une urne, par exemple, dont la probabilité respective de sortie est par conséquent de $\frac{1}{10\,000}$, pour celui qui sortira avec une probabilité aussi faible, et qui sortira pourtant nécessairement s'il n'est pas spécifié, car il faut bien qu'un sorte, on ne pourra se récrier, comme pour l'apparition d'un phénomène absolument extraordinaire ; car cet événement est isolé. Le calcul des probabilités ne donnait aucune indication sur la sortie de ce numéro, dont la probabilité de $\frac{1}{10\,000}$ s'est transformée subitement en une certitude égale à l'unité. Mais le calcul des probabilités pourra donner des indications sur le nombre de sorties de ce numéro pour deux ou trois millions d'expériences.

Cournot proteste, en une page très remarquable, contre cette probabilité partielle, incomplète et douteuse des événements futurs, relative à un petit nombre d'épreuves, d'autant plus que voulant subordonner le calcul des probabilités à l'expérience, la probabilité ne pourrait jamais que servir d'expression aux événement passés.

« La probabilité mathématique prise objectivement, ou conçue comme mesurant la possibilité des choses, ne peut en général être déterminée que par l'expérience. Si le nombre des épreuves d'un même hasard croissait à l'infini, elle serait déterminée exactement avec une certitude comparable à celle de l'événement dont le contraire est physiquement impossible. Pour un nombre très grand d'épreuves, la probabilité n'est encore donnée qu'approximativement ; mais on est autorisé à considérer comme extrêmement peu probable que la valeur réelle diffère notablement de la valeur conclue des observations. En d'autres termes, il arrivera très rarement que l'on commette une erreur notable en prenant pour la valeur réelle la valeur tirée des observations. Dans le cas même où le nombre des épreuves est peu considérable, on a voulu tirer, de certaines considérations mathématiques, des formules pour évaluer numériquement la probabilité des événements futurs d'après les événements observés, mais de telles formules n'indiquent plus que des probabilités subjectives, bonnes tout au plus à régler les conditions d'un pari ; elles deviendraient fausses si on les appliquait comme on l'a fait souvent bien à tort à la détermination de la possibilité des événements. »

En fin de compte, on peut admettre que le calcul des probabilités a une valeur au point de vue de l'avenir pour un grand nombre d'épreuves, mais seulement si l'on accorde à ce calcul une portée *a priori* dépassant les limites d'une expérience fondamentale qui n'a d'ailleurs jamais été systématiquement faite ; cette valeur restera cependant toujours approximative, car, pour que l'application de la formule Stirling dans les calculs soit à peu prés exacte, il faut des nombres d'épreuves très considérables, et pour des nombres d'épreuves très considérables, on a des écarts probables de plus en plus considérables eux aussi, au point de pouvoir dépasser tout nombre donné. Pour un nombre infini d'épreuves, l'écart absolu atteindrait lui-même une valeur infinie d'un infini d'ordre inférieur, mais irréductible à toute mesure, à tout chiffre fini.

On voit donc que cette valeur du calcul des probabilités, ainsi limitée dans tous les sens d'aussi stricte façon, peut être considérée comme à peu près négligeable.

Chapitre IV. — *Les applications scientifiques du calcul des probabilités.*

La probabilité des causes. — Les applications en Psychologie; exemples. — Calcul de probabilité et télépathie; exemples. — Applications dans les Sciences Physiques; exemples. — Les applications en Anthropologie; exemples. — Les applications en médecine. — Les applications dans les sciences sociales. — Les applications réelles sont beaucoup plus rares qu'on ne pourrait le croire.

On a fait des applications scientifiques du calcul des probabilités. Nous allons tâcher de donner une idée des principales, très rapidement, et tout d'abord la probabilité des causes.

On trouverait dans Bertrand de nombreuses applications de ce genre, émanant en général de probabilistes qui s'en servaient comme d'illustrations de leurs théories et proposaient des problèmes pour familiariser avec les formules. Mais ce ne sont pas des applications méthodiques.

C'est surtout en psychologie, à notre connaissance, que ces applications ont prétendu se faire.

On a même affirmé la nécessité de se servir du calcul dans