CORRESPONDANCE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1902)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

CORRESPONDANCE

Une demande d'un plan d'étude.

Sainte-Hélène, 1er novembre 1900.

Après quelques hésitations, je me décide à vous écrire, bien qu'inconnu de vous ; je vous demande de bien vouloir excuser cette lettre qui, j'en ai peur pour vous, sera sans doute un peu longue.

Je viens de lire votre livre, *la Mathématique : philosophie, enseignement.* Au lieu de vous en faire des éloges qui, d'ailleurs, manqueraient de compétence et partant de portée, j'aime mieux vous prouver par un double fait que c'est un livre excellent : il m'a donné l'envie de faire des mathématiques et a suscité le même désir chez un de mes camarades, ancien officier de cavalerie.

Ma lettre a pour but de vous demander : 1° des livres ; 2° un plan d'études. Auparavant je dois vous dire le peu que je sais en mathématiques : cela me donnera l'occasion de me présenter à vous. J'ai fait les mathématiques élémentaires et j'ai passé mon baccalauréat ès sciences, il y a de cela douze ans et j'ai actuellement trente ans ; je me souviens que j'ai obtenu 4 1/2 sur 5 de mathématiques à l'écrit et qu'il m'a manqué 1 point pour être reçu avec la mention « très bien ». Ce n'est pas par une sotte et insignifiante vanité que je vous raconte cela, c'est pour vous faire comprendre que je travaillais alors les mathématiques avec goût. J'ai même fait une année de mathématiques spéciales (deux doigts d'algèbre et une once de géométrie analytique) ; mais ça ne compte pas : je n'ai pas travaillé, n'ai profité en rien et ne me souviens de rien. Après ce bel exploit, je suis entré à l'Ecole des Chartes (voyez ma logique !) ; j'ai obtenu le diplôme d'archiviste paléographe et ai rempli pendant quelques années le rôle d'archiviste dans un département. Quelque diable me poussant, j'ai surpris la bonne foi de mon préfet, lui ai extirpé un congé irrégulier de cinq mois et suis allé me battre au Transvaal, comptant y rester trois ou quatre mois et revenir prendre mon poste après m'être rafraîchi les idées. La fortune a mis des bâtons dans les roues de ce beau projet : notre commando s'est fait pincer lors de l'attaque de Mafeking ; et depuis je ne sais plus combien de temps, je suis prisonnier à Sainte-Hélène. Assurément, je ne l'ai pas volé, et, soyez sans terreur, ce n'est pas pour me plaindre que je vous écris.

Cependant, l'ennui nous gagne en même temps que le désœuvrement. Je ne peux pas faire de l'histoire ici : les manuscrits et pièces d'archives ont horreur du mal de mer et ne consentiraient pas à venir à Sainte-Hélène. Pour obvier à l'ennui, j'apprends le peu que je sais, mathématiques et autres, à quelques-uns de mes camarades français avec lesquels je fais popotte. Un de vos idéals est ainsi réalisé : « Un professeur par élève », car je les enseigne individuellement. Je n'ai pas besoin d'ajouter que beaucoup d'autres de vos idéals ne sont pas atteints.

Voici maintenant ce que je voudrais vous demander. Pourriez-vous m'envoyer quelques livres de mathémathiques supérieures avec un mot m'indiquant un plan d'étude ; vous êtes plus capable que quiconque de choisir les livres et de doser le plan de travail. Je me hâte d'ajouter que je ne veux préparer aucun examen, aucune licence. Je commence à avoir passé assez d'examens dans ma vie. Je voudrais simplement acquérir des données précises, étendues autant que possible, un peu larges sur les mathématiques. Je n'ai aucune idée de ce qu'est le calcul infinitésimal ; votre livre m'a fait venir l'eau à la bouche, je vous demande de vouloir bien m'envoyer à boire quelque chose d'approprié à mon estomac.

Cet aperçu est bel et bon ; mais il reste encore, comme vous l'exposez dans votre *Mathématique*, à opérer le retour de l'abstrait au concret ; en d'autres termes : qui paiera les livres que vous m'enverrez ?

Vous dirai-je qu'un envoi d'argent nécessite de notre part des démarches sans nombre ? C'est vrai, mais, serait-ce un argument ? Il vaut mieux dire franchement que nous ne roulons pas sur l'or, et qu'il nous serait très dur de prélever sur notre maigre bourse commune le prix de bouquins de mathématiques ; il y aurait de quoi, j'en conviens, faire attraper la jaunisse à plus d'un de nos camarades.

Je me fais honte, car je me donne l'air d'un mendiant, et telle n'est pas mon intention. Je vous demande simplement un délai pour le paiement ; comme dit une chanson sensiblement triviale, je vous demande

D'casquer pour moi, j'vous rendrai ça
A la sortie.

Si les dieux inhumains veulent que nous revoyions notre patrie (je commence diablement à en douter), je vous rembourserai le prix des dits livres à ma rentrée en France.

Je ne terminerai pas en vous remerciant d'avance ; c'est une méthode un peu trop commode de forcer la main à ceux auxquels on demande service. Je vous assure de ma très respectueuse sympathie.

Et puis, rendez-moi grâce et justice ; j'ai réussi à écrire à M. Laisant une lettre interminable sans faire de politique ! All right ! comme on dit chez les autres [1].

O. MOREL, prisonnier de guerre.

---

[1] Mon correspondant n'a pas eu grand mérite à éviter de me parler politique. J'en ai trop fait dans le passé pour n'en pas être à jamais guéri. Mais il montre

A propos de la formule de Taylor.

M. R. Suppautschitsch a bien voulu appeler mon attention sur trois « inconvénients » dans ma démonstration de la formule de Taylor publiée dans ce journal (II, p. 447). Je tiens, à ce propos, à lui répondre les lignes suivantes.

1° Quant à « l'adoption arbitraire » des fonctions

$$(\alpha)\ \sigma(x+\omega)-\sigma(x)-\omega\sigma'(x)-\Gamma\frac{\omega^2}{\varepsilon^2},\ [\Gamma\equiv\sigma(x+\varepsilon)-\sigma(x)-\varepsilon\sigma'(x)]$$

$$(\beta)\ \sigma(x+\omega)-\sigma(x)-\omega\sigma'(x)-\ldots\ldots-\frac{\omega^r}{r!}\sigma^{(r)}(x)-\Gamma\frac{\omega^{r+1}}{\varepsilon^{r+1}},$$

$$\left(\Gamma\equiv\sigma(x+\varepsilon)-\sigma(x)-\varepsilon\sigma'(x)-\ldots-\frac{\varepsilon^r}{r!}\sigma^{(r)}(x)\right)$$

je fais remarquer que dans *toutes* les démonstrations de la formule de Taylor, fondées sur le théorème de Rolle, on considère une fonction dans la formation de laquelle il y a toujours quelque chose d'arbitraire et dont l'adoption ne paraît pas, de prime abord, suffisamment justifiée; c'est-à-dire que toutes ces démonstrations sont *synthétiques*. Au point de vue *didactique*, les démonstrations *synthétiques* sont sans doute inférieures aux démonstrations *analytiques* ou *génétiques*, mais, comme on sait, nous sommes très souvent obligés d'admettre des démonstrations synthétiques; même la formule $f(x+h)-f(x)=hf'(x+\theta h)$ se démontre synthétiquement.

Peut-être, serait-il préférable, pour la démonstration de la formule de Taylor, de considérer, de proche en proche, les déterminants :

$$\begin{vmatrix}\sigma(x+\varepsilon)-\sigma(x) & \varepsilon\\ \sigma(x+\omega)-\sigma(x) & \omega\end{vmatrix},\quad \begin{vmatrix}\sigma(x+\varepsilon)-\sigma(x)-\varepsilon\sigma'(x) & \varepsilon^2\\ \sigma(x+\omega)-\sigma(x)-\omega\sigma'(x) & \omega^2\end{vmatrix},\ldots\ldots,$$

$$\begin{vmatrix}\sigma(x+\varepsilon)-\sigma(x)-\varepsilon\sigma'(x)-\ldots-\frac{\varepsilon_r}{r!}\sigma^{(r)}(x) & \varepsilon^{r+1}\\ \sigma(x+\omega)-\sigma(x)-\omega\sigma'(x)-\ldots-\frac{\omega^r}{r!}\sigma^{(r)}(x) & \omega^{r+1}\end{vmatrix}$$

qui sont les fonctions mêmes (α) et (β) multipliées par des puissances de ε, et dont la construction est très facile à concevoir. Le premier de

---

une telle vivacité d'intelligence et de bonne humeur que j'ai tenu immédiatement à lui donner la petite satisfaction qu'il désire. J'ai trouvé du reste de la part de notre éditeur, M. Naud, la *complicité* la plus empressée.

Quant à la lettre de M. Morel, si nous l'insérons, ce n'est pas seulement à cause de son style alerte, de la bonne philosophie pratique qui s'en dégage. C'est surtout parce qu'elle montre de quelle ressource pour l'esprit, dans certaines circonstances de la vie, peut être la science que nous aimons et dont nous travaillons à propager la culture et le goût. C.-A. L.

ces déterminants sert à démontrer la formule $\sigma(x+\varepsilon)-\sigma(x)=\varepsilon\sigma'(x+\theta\varepsilon)$; le deuxième, la formule $\sigma(x+\varepsilon)-\sigma(x)=\varepsilon\sigma'(x)+\frac{\varepsilon^2}{2!}\sigma''(x+\theta\varepsilon)$, etc.

2° Quant à l'invraisemblance de pouvoir trouver la formule (β), j'observe que, dans l'enseignement, on ne la trouve pas tout de suite, comme par un saut, mais on commence bien par la fonction (α), en poursuivant *de proche en proche*, jusqu'à ce que l'étudiant perçoive la loi de formation ; d'ailleurs, cette loi lui est déjà connue par l'Algèbre, par le développement de l'accroissement des polynômes entiers.

3° Quant à l'objection de M. Suppautschitsch que l'expression $\Gamma\equiv\sigma(x+\varepsilon)-\sigma(x)-\frac{\varepsilon}{1}\sigma'(x)-\ldots-\frac{\varepsilon^r}{r!}\sigma^{(r)}(x)$ ne reste pas constante dans la différentiation par rapport à ω, je crois qu'elle est sans fondement, car l'on voit sans peine que Γ est indépendant de ω.

La démonstration de M. Suppautschitsch est plus directe que la mienne ; mais il reste (du moins à moi) le scrupule de savoir comment, dans la différentiation par rapport à h, les $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$ restent constants, puisque, en plus, la formule $f(x+h)-f(x)=hf'(x+\theta_1 h)$ montre que θ_1 dépend bien aussi de h. Du reste, θ_1 n'est pas, sans doute, nécessairement égal toujours à $\frac{1}{2}$ dans cette même formule ; et cependant M. Suppautschitsch trouve $\theta_1=\frac{1}{2}$.

J.-N. Hatzidakis (Athènes).

L'article de M. Suppautschitsch *sur la démonstration du théorème de Taylor* (*l'Ens. math.*, 3e année, n° 5) m'a intéressé parce que, autrefois, j'ai cherché en vain une démonstration dans cette voie-là. Mais M. S..., n'a pas réussi mieux que moi. En effet, il traite, en différentiant, comme constantes les quantités $\theta_1, \theta_2, \ldots \theta_n$, tandis qu'elles sont fonction de h.

Il me semble qu'on n'a pas le droit d'appliquer le nom de *théorème de Rolle* à l'équation $f(x+h)-f(x)=f'(x+\theta h)$. Le théorème donné par Rolle ne concerne qu'un cas spécial, celui de $f(x+h)=f(x)$; voir par exemple, Cantor, *Vorls.*, t. III, p. 118 (de la 1re édition). Le théorème général a-t-il été énoncé avant Lagrange ?

H. Burkhardt (Zurich).

La notion de polynôme identiquement nul.

On lit dans la plupart des Traités d'Algèbre :

Lorsqu'un polynôme entier en x, *de degré* m, *s'annule pour plus de* m *valeurs distinctes de* x, *il est identiquement nul.*

Cet énoncé m'a toujours paru des plus bizarres ; car, si le polynôme est identiquement nul, comment peut-il être de degré m ?

Je trouve, dans un Traité des plus estimés, l'énoncé suivant, où l'antinomie est encore plus frappante :

Un polynôme identiquement nul, ou, d'après le théorème précédent, un polynôme qui s'annule pour un nombre de valeurs de sa variable supérieur à son degré, a ses coefficients nuls.

On me dira, je le sais, que l'expression

$$b-c)\ (x-a)^2+(c-a)\ (x-b)^2+(a-b)\ (x-c)^2+(b-c)\ (c-a)\ (a-b)$$

est *du 2e degré*. Pourtant, si on y regarde bien, cela n'est pas exact.

Je suis certain que beaucoup de mes collègues ont fait la même observation, et je voudrais savoir dès lors comment ils énoncent la proposition. Car il faut bien que nos élèves sachent que l'expression précédente, s'annulant pour les *trois* valeurs $x = a$, $x = b$, $x = c$, est identiquement nulle.

Je vous serais très obligé d'en parler aux lecteurs de l'*Ens. Math.*

GOULARD (Marseille).

Questions et remarques diverses.

12. — Quelques auteurs introduisent la dénomination de *nombre algébrique* déjà dans les premiers éléments d'Algèbre, après avoir défini les nombres négatifs. Ils emploient ce terme dans le sens de nombre *réel ;* et ils introduisent à cet effet la considération de longueurs quelconques portées sur une droite indéfinie en tenant compte du fait que ces longueurs peuvent être parcourues par un mobile en deux sens différents.

Plus tard, en Algèbre supérieure, l'étudiant rencontre la dénomination de *nombre algébrique* dans un autre sens, sans qu'il s'agisse d'une généralisation de la première notion. Il y a à la fois extension et restriction : extension par ce fait qu'on introduit la notion de nombre complexe ; restriction, puisqu'on exclut les nombres irrationnels *transcendants*.

Pour éviter les inconvénients que présente cet emploi d'un même terme dans deux sens différents, on pourrait renoncer simplement à s'en servir dans les éléments, sans même introduire un nouveau terme.

H. FEHR.