

LA CONTINUITÉ GÉOMÉTRIQUE ET L'ATOME

Autor(en): **Bonnel, J. F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1902)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **18.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-5602>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

LA

CONTINUITÉ GÉOMÉTRIQUE ET L'ATOME

Une grandeur variable est dite *continue* si elle peut croître ou décroître par degrés aussi petits que possible. Cette propriété d'une grandeur entraîne forcément pour la même grandeur la possibilité d'être divisée en parties indéfiniment petites, c'est-à-dire aussi petites qu'on le veut, et réciproquement. Réduite à ces termes, la définition de la continuité nous paraît assez claire et assez peu contestable ; et cependant aucune autre définition n'a donné lieu à plus de controverses. Nous allons examiner pourquoi on a tant discuté depuis des siècles sur cette question, et comment l'atome, tel que nous l'avons défini (voir n° du 15 janvier 1902), permet d'en donner la plus simple des solutions.

Disons tout de suite que la cause de ces interminables discussions a été, et est encore, la confusion de ces deux mots, l'infini et l'indéfini, qui se fait perpétuellement dans l'esprit des discoureurs. Pascal, dans ses *Réflexions sur la géométrie*, n'hésite pas à employer les expressions de « divisibilité à l'infini, augmentation infinie, diminution infinie », mais il ne cherche pas à s'en expliquer le sens ; il les accepte d'emblée avec tout ce qu'elles ont d'impossible à comprendre, comme un mystère « que la nature a mis entre les choses et qu'elle a proposé aux hommes, non pas à concevoir, mais à admirer ». C'est pousser un peu loin l'abnégation de la raison, dans une science tout humaine, et il nous est impossible de souscrire à un tel abandon du droit d'examen.

Pascal n'a pas connu la dissemblance de l'infini et de l'indéfini (voir *L'infini et l'indéfini*, n° du 15 mai 1902). Pour lui, l'indi-

visible n'a jamais d'étendue et tout ce qui a de l'étendue est divisible : c'est là un double préjugé, qui est encore partagé par des géomètres modernes, et qu'il est facile de réfuter. Vous amenez une droite, par exemple, en la faisant tourner autour d'un de ses points, à être perpendiculaire, puis oblique à une droite fixe ; il est clair qu'en continuant à faire tourner la droite mobile autour du même point on pourra l'amener à ne plus rencontrer la droite fixe ; la distance de son pied au pied de la perpendiculaire, après avoir augmenté, devient alors infinie, alors qu'un peu auparavant elle était simplement indéfiniment grande. Or on ne peut pas dire qu'en devenant infinie cette distance a perdu l'étendue qu'elle avait, et l'on admet pourtant qu'il n'y a aucun moyen de passer de l'indéfini, si grand qu'il soit, à l'infini par une multiplication, ni de revenir de l'infini à l'indéfini par une division : l'indéfini multiplié par un nombre ne donne pas l'infini et l'infini divisé par un nombre ne donne jamais l'indéfini. De même, si vous ramenez la droite mobile vers la perpendiculaire, de manière à ce que la distance de leurs pieds, après avoir diminué, devienne nulle, ce qui est toujours possible, on admet qu'il n'y a aucun moyen de passer de la distance nulle à celle qui ne l'est pas, fût-elle l'atome, par une multiplication, ni inversement par une division : zéro multiplié par un nombre ne peut pas donner une quantité et une quantité divisée par un nombre ne devient jamais zéro. Il y a donc des grandeurs qui peuvent augmenter autrement que par une multiplication et diminuer autrement que par une division, ou, ce qui revient au même, une grandeur peut exister avec quelque étendue, sans être divisible en aucune manière.

Il résulte de là qu'on ne peut pas dire : « Cette grandeur a quelque étendue, donc elle est divisible » ; c'est la réciproque de cette proposition qui seule est vraie, savoir : « Cette grandeur est divisible, donc elle a quelque étendue ». L'infini et l'atome sont précisément des grandeurs qui ont de l'étendue et qui sont néanmoins indivisibles. Rappelons d'ailleurs qu'on nomme grandeurs *mathématiques* celles qui sont susceptibles d'augmentation ou de diminution : cette définition convient à tous les genres de grandeurs et elle comprend tous les cas possibles dans chaque genre. Si l'on se borne à définir une grandeur

comme une agrégation de parties aliquotes, effectives ou idéales, on exclut évidemment de la définition les grandeurs qui n'ont pas de parties, telles que l'atome et l'infini, on fait alors de la géométrie mutilée ; ou bien l'on est conduit à confondre l'indéfini avec l'infini et l'atome avec le zéro, on fait alors de la géométrie confuse. La rigueur mathématique nous oblige à regarder l'atome comme une grandeur qui peut augmenter ainsi que toutes les autres, mais qui ne peut diminuer qu'en s'annihilant, et l'indéfini comme une grandeur qui peut diminuer ainsi que toutes les autres, mais qui ne peut augmenter qu'en devenant infinie.

Kant ne fait pas non plus la distinction de l'infini et de l'indéfini, sans quoi son antinomie mathématique disparaîtrait totalement. « Le continu, dit-il, soit physique, soit mathématique, est divisible à l'infini, et pourtant les éléments du continu sont ou paraissent indivisibles. » Le premier membre de cette phrase énonce une thèse tout à fait insignifiante, si l'auteur veut dire par là qu'en divisant une ligne en deux, puis en quatre, etc., on ne trouvera jamais aucune partie de la ligne qui ait une longueur nulle puisqu'une telle partie n'existe pas, le point n'est pas une partie de ligne. Mais si l'auteur entend par là qu'en divisant une ligne en deux, puis en quatre, etc., on n'arrivera pas à tomber sur le premier élément de sa longueur, bien que cet élément existe, il formule une vérité mathématique incontestable, savoir, que l'opération mentale, arithmétique ou géométrique, qui nous conduirait à ce premier élément, est interminable, autrement dit se prolongera indéfiniment. Le second membre de phrase : « les éléments du continu sont ou paraissent indivisibles », est de même une antithèse qui n'a pas de sens, si les éléments dont on parle sont nuls comme ce que représente le zéro : une ligne n'est pas une somme de points. Au contraire, si le zéro est remplacé par le premier élément de la longueur, c'est-à-dire par l'atome, on formule une proposition qui s'accorde avec tous les résultats connus du calcul infinitésimal. L'antinomie de Kant est donc un paradoxe qui se résout très simplement avec l'indéfini et qui n'a aucun sens avec l'infini.

M. de Freycinet, dans ses *Essais sur la philosophie des sciences*, essaie de concilier la thèse et l'antithèse kantiennes :

il admet, pour cela, comme très probable la divisibilité limitée de la matière, soit qu'il y ait plusieurs espèces de matière, soit qu'il n'y en ait qu'une seule; au contraire, pour les grandeurs mathématiques, la divisibilité à l'infini lui paraît être à la fois certaine et nécessaire. Mais il reste entendu que c'est une subdivision indéfinie qu'il vise en parlant de la divisibilité à l'infini; car, « nous avons beau, dit-il, accumuler les divisions, le nombre des parties ne sera jamais infini; nous avons beau diviser de nouveau chaque partie, nous n'amènerons jamais sa division à zéro. Les parties les plus réduites gardent toujours une trace de la grandeur, puisque réunies entre elles, juxtaposées bout à bout, elles doivent reconstituer la longueur divisée. Or, de purs zéros, accumulés en aussi grand nombre qu'on voudra, ne reconstitueraient jamais une quantité finie »..

Il semble bien résulter de là que l'infini et le zéro ne jouent pas un rôle indispensable dans une pareille conception, et qu'il suffit, pour qu'une ligne soit continue, qu'elle soit composée théoriquement d'éléments indéfiniment petits, aussi petits que possible : c'est précisément ces éléments aussi petits que possible que nous avons appelés *atomes*. Au surplus, cette conception se rapproche singulièrement de celle de Leibniz qui « ramène le continu à ses éléments infinitésimaux, comme ferait un chimiste décomposant un corps en ses particules dernières ». (Voir de Freycinet, *Essais sur la philosophie des sciences*, chapitre VI.)

Au point de vue de la raison, il paraîtrait étrange qu'on accordât un atome aux formes matérielles que manipule le physicien ou le chimiste, sans l'accorder aux figures que conçoit le géomètre; car celles-ci ne sont autre chose que celles-là idéalisées, et l'idéal de la perfection dans la jouissance d'un attribut, ne consiste pas, que nous sachions, à en être dépouillé, mais bien à le posséder dans sa plénitude. Si donc on admet l'atome dans la matière, on devra l'admettre aussi dans les figures géométriques, qui sont de la matière perfectionnée; de plus, il faudra que l'atome géométrique ait toutes les propriétés de l'atome physique, et qu'il les ait toutes au plus haut degré. Si le physicien s'arrête nécessairement à un atome en quelque sorte grossier et provisoire, s'il a toujours à craindre de le voir un jour se

transformer en atome plus petit, le géomètre, lui, n'a rien à redouter du temps, ni des efforts du savant ; il peut, en un clin d'œil, par un mouvement imperceptible d'un point, tirer du néant son atome toujours identique à lui-même, en engendrant une grandeur, ou le rendre au néant en réduisant cette grandeur à zéro. L'atome géométrique est plus petit que tous les éléments qu'on peut obtenir par une opération géométrique même fictive, mais il n'en est pas moins, de tous les atomes, le plus existant, le plus fixe, le plus simple : c'est l'idéal des atomes. Voilà pourquoi il nous donne la clef de tant d'anomalies qui restent sans lui inexplicables.

Il y a plus : c'est avec l'atome et seulement avec l'atome qu'on peut vraiment se rendre compte de la continuité géométrique. Comment concevoir, en effet, sans l'atome, que le mouvement d'un point puisse engendrer une ligne ? Si un point se meut, il faut qu'il ait été soumis à l'action d'une force, réelle ou fictive, et que cette force ait produit sur lui un premier effet correspondant ; ce premier effet correspondant ne peut pas consister en un déplacement nul, autrement la seconde position du point ne se distinguerait pas de la première, et, si c'est un déplacement d'une certaine étendue, ce déplacement a dû commencer par une longueur autre que zéro et plus petite que les suivantes, c'est-à-dire par un atome linéaire ; à ce premier atome a dû en succéder un second, puis un troisième, etc., au point d'engendrer la ligne entière.

La question de continuité géométrique ne comporte pas d'autre solution rationnelle que celle de l'atome. On peut l'accepter, ainsi que la divisibilité à l'infini, comme un mystère ou comme une hypothèse qu'on juge nécessaire dans les mathématiques, mais ni l'un ni l'autre ne nous paraissent justifiables à l'aide du zéro et de l'infini ; l'atome seul peut nous en donner l'explication, en supprimant du même coup hypothèse et mystère.

J. F. BONNEL (Lyon).