Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 3 (1901)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR UNE VARIATION ÉLÉMENTAIRE
Autor: Barbarin, P.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-4652

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SUR UNE VARIATION ÉLÉMENTAIRE

Je suis très reconnaissant à M. H. Brocard de ce que sa lettre du 23 novembre 1900 (Voir *Enseignement mathématique*, 15 janvier 1901, page 59) me permette de m'expliquer sur un sujet que je désirais aborder. — Dans la classe de Mathématiques élémentaires, première année (section du baccalauréat), on n'enseigne pas les *variations* du rapport

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'};$$

on se contente de montrer aux élèves comment la discussion d'une équation du second degré en x permet de déterminer le *maximum* et le *minimum* de y quand ils existent, et en faisant ceci, on se maintient strictement dans les limites du programme qui n'exige pas autre chose. Les problèmes qui conduisent à la discussion d'une fraction rationnelle du second degré ne sont pas rares ; les annales du baccalauréat ès-sciences et des concours écrits pour l'admission aux Ecoles Saint-Cyr, Navale, etc., en fournissent maints exemples. En voici deux pris au hasard :

1° *Étant données une circonférence* O *de diamètre* AB = 2R, *et une droite* CD *perpendiculaire à* AB *en un de ses points* C *tel que* OC = a, *trouver sur la courbe un point* M *dont les distances* MA *et* MD *au point* A *et à la droite* CD *soient dans un rapport donné* y.

En faisant AM = x, on trouve

$$y = \frac{2Rx}{2R(R + a) - x^2}.$$

2° *Étant donnés un triangle* ABC *et une droite indéfinie* AX *passant par* A, *trouver sur cette droite un point* M *dont le rapport des distances à* A *et à* B, *ou à* B *et à* C *soit donné.*

Le carré du rapport est évidemment une fraction du second degré de AM = x.

Dans ces deux questions, il suffit que les élèves indiquent les limites entre lesquelles le rapport doit être compris ou non compris pour que le problème soit possible ; la preuve en est que, toutes les fois qu'une solution géométrique est aisée à trouver

(et c'est le cas des deux questions ci-dessus), le professeur ne manque pas avec raison de signaler sa recherche à l'attention des studieux, afin que ceux-ci retrouvent par une autre voie les conditions de limites. Mais c'est tout ; le nom de variation n'est pas et ne doit pas être prononcé.

Il en est tout autrement dans la classe de Mathématiques élémentaires, 2e année (section préparatoire aux grandes Ecoles), si singulièrement nommée classe de Mathématiques *élémentaires supérieures ;* sa vraie appellation devrait être : *Spéciales, Nouveaux*, car son programme consiste précisément à revoir d'une façon très approfondie et à compléter le cours de première année, puis à développer la première partie du Cours d'Algèbre de spéciales, et en Analytique, l'étude particulière des coniques.

Dans cette classe, le professeur a les coudées beaucoup plus franches. L'étude élémentaire des variations du trinôme $ax^2 + bx + c$ et de sa racine carrée le conduit naturellement au tracé d'une parabole, d'une ellipse ou d'une hyperbole, courbes que les élèves connaissent déjà par leur définition géométrique, et en conséquence par leur équation réduite ; et ces tracés, faits avec soin, constituent sans contredit la meilleure introduction à la Géométrie analytique.

Il reste maintenant à parler du fameux rapport

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}.$$

Mon avis, consacré par de nombreuses années d'expérience, et que je suis loin d'être seul à partager, est qu'il n'est pas du tout inutile que les élèves suffisamment exercés au maniement des fonctions élémentaires du second degré apprennent à étudier directement la variation de cette fraction sans recourir aux dérivées. La méthode employée [1] n'est point si artificieuse que semble le croire le distingué correspondant de l'*Enseignement mathématique*. Elle ne consiste qu'en un simple changement de variable. Nous posons en effet, au cas de $ab' - ba' \gtrless o$ et $a \gtrless o$,

$$X = x + \frac{ac' - ca'}{ab' - ba'}, \quad \Delta = (ac' - ca')^2 - (ab' - ba')(bc' - cb'),$$

[1] Due, je crois, au regretté M. Hermite.

et nous avons

$$(1) \qquad y = \frac{a}{a'} + \frac{1}{\frac{b'^2}{ba' - ab'}\left[X + \frac{\Delta}{(ab' - ba')^2 X}\right] + K}$$

K étant une constante. Tout se réduit donc en dernière analyse à la variation d'une somme de deux termes de produit constant, cas traité dans le programme élémentaire.

Lorsque y est susceptible d'un maximum ou d'un minimum, les valeurs de X correspondantes sont les racines de l'équation

$$(2) \qquad X^2 - \frac{\Delta}{(ab' - ba')^2} = 0;$$

ceci se présente donc lorsque Δ est positif, tandis que pour Δ négatif, y est toujours fonction croissante ou décroissante selon que $ab' - ba'$ est positif ou négatif. Il est particulièrement intéressant de remarquer que les valeurs de x déduites de l'équation (2) sont précisément les racines de l'équation

$$(ab' - ba')x^2 + 2(ac' - ca')x + bc' - cb' = 0,$$

également fournie par la méthode des dérivées. Ce seul rapprochement suffirait, suivant moi, à justifier l'emploi de la méthode élémentaire, concurremment avec celle des dérivées.

Quant à ce qui est de la cubique représentative du rapport, je suis persuadé que sa construction faite avec soin, par exemple sur papier quadrillé, avec quelques points et tangentes importants, est un très utile exercice de dessin pour les élèves, qui n'ont pas besoin de connaître la théorie de cette courbe pour s'en faire une idée suffisamment approchée. Un schéma, même grossier, est toujours un précieux auxiliaire, et l'on ne saurait trop habituer les élèves à en tracer souvent et de bonne heure.

Je ne sais si la question du rapport fait partie des programmes d'enseignement à l'étranger, au moins d'une façon officielle ; mais je l'ai vue traitée dans des périodiques belges ou italiens [1], ce qui porte à croire que mes collègues rédacteurs de ces journaux ne diffèrent guère d'avis avec moi.

P. Barbarin (Bordeaux).

---

[1] En particulier dans *Mathesis* (1882, p. 5-7).