SUR UNE VARIATION ÉLÉMENTAIRE

Autor(en): **Barbarin, P.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-4652

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

SUR UNE VARIATION ÉLÉMENTAIRE

Je suis très reconnaissant à M. H. Brocard de ce que sa lettre du 23 novembre 1900 (Voir *Enseignement mathématique*, 15 janvier 1901, page 59) me permette de m'expliquer sur un sujet que je désirais aborder. — Dans la classe de Mathématiques élémentaires, première année (section du baccalauréat), on n'enseigne pas les *variations* du rapport

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'};$$

on se contente de montrer aux élèves comment la discussion d'une équation du second degré en x permet de déterminer le *maximum* et le *minimum* de y quand ils existent, et en faisant ceci, on se maintient strictement dans les limites du programme qui n'exige pas autre chose. Les problèmes qui conduisent à la discussion d'une fraction rationnelle du second degré ne sont pas rares ; les annales du baccalauréat ès-sciences et des concours écrits pour l'admission aux Ecoles Saint-Cyr, Navale, etc., en fournissent maints exemples. En voici deux pris au hasard :

1° *Étant données une circonférence* O *de diamètre* AB $=$ 2R, *et une droite* CD *perpendiculaire à* AB *en un de ses points* C *tel que* OC $=$ a, *trouver sur la courbe un point* M *dont les distances* MA *et* MD *au point* A *et à la droite* CD *soient dans un rapport donné* y.

En faisant AM $= x$, on trouve

$$y = \frac{2\mathrm{R}x}{2\mathrm{R}\,(\mathrm{R} + a) - x^2}.$$

2° *Étant donnés un triangle* ABC *et une droite indéfinie* AX *passant par* A, *trouver sur cette droite un point* M *dont le rapport des distances à* A *et à* B, *ou à* B *et à* C *soit donné.*

Le carré du rapport est évidemment une fraction du second degré de AM $= x$.

Dans ces deux questions, il suffit que les élèves indiquent les limites entre lesquelles le rapport doit être compris ou non compris pour que le problème soit possible ; la preuve en est que, toutes les fois qu'une solution géométrique est aisée à trouver (et c'est le cas des deux questions ci-dessus), le professeur ne manque pas avec raison de signaler sa recherche à l'attention des studieux, afin que ceux-ci retrouvent par une autre voie les conditions de limites. Mais c'est tout ; le nom de variation n'est pas et ne doit pas être prononcé.

Il en est tout autrement dans la classe de Mathématiques élémentaires, 2^e année (section préparatoire aux grandes Ecoles), si singulièrement nommée classe de Mathématiques *élémentaires supérieures ;* sa vraie appellation devrait être : *Spéciales, Nouveaux,* car son programme consiste précisément à revoir d'une façon très approfondie et à compléter le cours de première année, puis à développer la première partie du Cours d'Algèbre de spéciales, et en Analytique, l'étude particulière des coniques.

Dans cette classe, le professeur a les coudées beaucoup plus franches. L'étude élémentaire des variations du trinôme $ax^2 + bx + c$ et de sa racine carrée le conduit naturellement au tracé d'une parabole, d'une ellipse ou d'une hyperbole, courbes que les élèves connaissent déjà par leur définition géométrique, et en conséquence par leur équation réduite ; et ces tracés, faits avec soin, constituent sans contredit la meilleure introduction à la Géométrie analytique.

Il reste maintenant à parler du fameux rapport

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'} .$$

Mon avis, consacré par de nombreuses années d'expérience, et que je suis loin d'être seul à partager, est qu'il n'est pas du tout inutile que les élèves suffisamment exercés au maniement des fonctions élémentaires du second degré apprennent à étudier directement la variation de cette fraction sans recourir aux dérivées. La méthode employée [1] n'est point si artificieuse que semble le croire le distingué correspondant de l'*Enseignement mathématique.* Elle ne consiste qu'en un simple changement de variable. Nous posons en effet, au cas de $ab' - ba' \gtrless o$ et $a \gtrless o$,

$$X = x + \frac{ac' - ca'}{ab' - ba'}, \ \Delta = (ac' - ca')^2 - (ab' - ba')(bc' - cb'),$$

[1] Due, je crois, au regretté M. Hermite.

et nous avons

$$y = \frac{a}{a'} + \cfrac{1}{\cfrac{b'^2}{ba' - ab'}\left[X + \cfrac{\Delta}{(ab' - ba')^2 X}\right] + K} \tag{1}$$

K étant une constante. Tout se réduit donc en dernière analyse à la variation d'une somme de deux termes de produit constant, cas traité dans le programme élémentaire.

Lorsque y est susceptible d'un maximum ou d'un minimum, les valeurs de X correspondantes sont les racines de l'équation

$$X^2 - \frac{\Delta}{(ab' - ba')^2} = 0; \tag{2}$$

ceci se présente donc lorsque Δ est positif, tandis que pour Δ négatif, y est toujours fonction croissante ou décroissante selon que $ab' - ba'$ est positif ou négatif. Il est particulièrement intéressant de remarquer que les valeurs de x déduites de l'équation (2) sont précisément les racines de l'équation

$$(ab' - ba')\,x^2 + 2\,(ac' - ca')\,x + bc' - cb' = 0,$$

également fournie par la méthode des dérivées. Ce seul rapprochement suffirait, suivant moi, à justifier l'emploi de la méthode élémentaire, concurremment avec celle des dérivées.

Quant à ce qui est de la cubique représentative du rapport, je suis persuadé que sa construction faite avec soin, par exemple sur papier quadrillé, avec quelques points et tangentes importants, est un très utile exercice de dessin pour les élèves, qui n'ont pas besoin de connaître la théorie de cette courbe pour s'en faire une idée suffisamment approchée. Un schéma, même grossier, est toujours un précieux auxiliaire, et l'on ne saurait trop habituer les élèves à en tracer souvent et de bonne heure.

Je ne sais si la question du rapport fait partie des programmes d'enseignement à l'étranger, au moins d'une façon officielle ; mais je l'ai vue traitée dans des périodiques belges ou italiens [1], ce qui porte à croire que mes collègues rédacteurs de ces journaux ne diffèrent guère d'avis avec moi.

P. Barbarin (Bordeaux).

---

[1] En particulier dans *Mathesis* (1882, p. 5-7).