



Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

D'ailleurs, le progrès, dû en si grande partie à l'œuvre de Lagrange, des procédés de résolution des problèmes, entraîna, par l'annexion d'un domaine pertinent presque au même égard à l'Analyse mathématique et à la Mécanique rationnelle, une modification de la notion originaire de cette science. Ses liens avec la Mathématique pure s'étant multipliés et resserrés, s'affaiblirent ses rapports avec l'expérience. On jugea alors en harmonie avec le caractère mathématique de la science ce recours à l'intuition, auquel on a fait appel si longtemps pour établir les fondements de l'Analyse et de la Géométrie.

A son tour, la critique de la méthode en discours, forte d'une si noble et ancienne tradition, s'affirma dès que l'Analyse accueillit l'idée fondamentale de Weierstrass, qui réduit au nombre entier le domaine de l'intuition, et la Géométrie ce point de vue, remontant à Lobatschevsky, qui désigne l'expérience comme la source de ses hypothèses générales.

## II

Considérer directement le mouvement, pour en déduire le fait et les modalités de la force, au lieu de construire *a priori* la force, pour en tirer les lois du mouvement, c'est un principe auquel sont inspirées même des méthodes qui s'écartent entièrement de la trace de Newton.

Kirchhoff nous présente, avec sa « *Mechanik* » (1877), le premier exemple d'un traité complet rompant tout à fait avec la tradition. Il y établit que l'objet de la Mécanique c'est de décrire les mouvements qui ont lieu en nature *complètement et de la façon la plus simple*. La Force et la Masse partant ne figureront plus qu'en tant qu'elles aident à atteindre ce but : et Kirchhoff affirme qu'on devra les déduire des notions d'espace, de temps et de matière. Quant à ce dernier mot, il n'envisage ce qui se meut comme de la matière, plutôt que comme du simple espace, que par ce qu'il se propose de se borner à décrire ces mouvements particuliers des figures qu'on observe dans les corps appelés « matériels ». D'après ce principe, aussitôt qu'on a reconnu l'usage de l'accélération pour la description du mouvement d'un point, on ne fait plus de

distinction essentielle entre elle et la « force accélératrice ». Lorsqu'on dit que la terre est attirée par le soleil avec une force dont l'intensité est inversement proportionnelle au carré de la distance, on décrit tout simplement le mouvement de la terre (conçue isolée avec le soleil) à l'aide de son accélération — d'une façon complète (quitte à ajouter la position et la vitesse à un instant donné) et la plus simple. On peut concevoir d'une infinité de manières, l'accélération d'un point comme la somme géométrique de plusieurs autres ; cette décomposition particulière de l'accélération d'un mouvement naturel à l'aide de laquelle la description du mouvement réussit la plus simple, restant toujours complète, représente, pour le mouvement en question, l'analyse naturelle de la force accélératrice par le « parallélogramme des forces ». Il en jaillit la représentation de la force accélératrice d'un corps céleste comme la somme géométrique de celles qu'il posséderait séparément isolé avec tous les autres. L'expression de ces forces résulte la même pour toutes, à moins d'un facteur de proportionnalité qu'on appellera la masse du corps auquel appartient la force partielle considérée. Pareillement, l'action d'une surface résistante sur un point se traduit en un terme de l'expression de la force accélératrice du point, dont l'opportunité des formules est censée suggérer la forme. Et lorsqu'on passe, de ce cas le plus simple, au cas d'un nombre quelconque de points, entre les coordonnées desquels existent des équations, c'est à la même opportunité que le rôle se trouve assigné de suggérer la généralisation de la formule précédente, et d'y introduire un coefficient pour chaque point de l'ensemble considéré, qu'on appellera la masse du point correspondant. Enfin c'est le même critérium qui préside à la formation de cette expression des six équations cardinales, correspondantes à une partie quelconque d'un corps continu, impliquant la pression à la surface, et formant le point de départ de la théorie du mouvement le plus général.

Or, il est parfaitement juste qu'il est réservé au parti que la description du mouvement tire d'une notion pertinente à la Mécanique de relever l'importance, et même la raison d'être, de cette notion. Mais on ne peut pas réduire, à mon avis, le jugement de ce parti à la plus grande simplicité, qu'il ne sera pas toujours

aisé d'apprécier, compatible avec la perfection. C'est présument la déduction de la force de pesanteur des lois de Galilée, et de la force newtonienne de gravitation universelle des lois de Kepler, qu'inspire ce principe de Kirchhoff. Mais est-ce tout simplement la simplicité de la description du mouvement qui forme l'objet de ces déductions ? Bien davantage, la connaissance de l'accélération nous habilitera à former les équations différentielles du mouvement d'un projectile dans un milieu résistant, et celles des trois corps — l'unique description de ces mouvements, qu'elle soit ou non censée la plus simple, que nous pouvons en donner directement. Cela en vertu de ces lois générales, tirées de l'expérience, que la méthode de Kirchhoff laisse dans l'ombre, au désavantage de la connexion et de la persuasivité du développement. C'est de ces lois que découlent la Masse et la Force, en nous bornant aux notions cardinales : et il en résulte assigné à la première le rôle de fournir une marque invariable des différents mobiles, tel que l'équivalent chimique des différentes substances, et à la seconde l'expression des relations les plus générales entre les mouvements naturels. Nul doute que l'œuvre de Kirchhoff a été des plus efficaces. Mais, si l'on cherche dans son système les trois qualités principales réclamées par Hertz <sup>(1)</sup>, on y trouvera la logique et l'exactitude : quant à l'opportunité, on pourra lui objecter qu'il présente la Mécanique rationnelle à un point de vue, autre que celui par lequel elle a atteint ses résultats, et qu'il est fort douteux qu'il lui aurait permis de les atteindre.

Hertz, par contre, qui plus récemment a donné l'exemple d'une nouvelle réforme radicale de l'exposition de la Mécanique <sup>(2)</sup>, adoptant la division en Cinématique et Dynamique, mais dès le début même de la Cinématique tâchant d'établir la notion de la masse, énonce, comme fondement de la Dynamique, une loi générale, qu'on doit juger tirée originairement de l'expérience, à laquelle il est remis de fournir, par déduction logique, toutes les modalités des mouvements naturels : « *Systema omne liberum*

---

<sup>(1)</sup> *Die Principien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt.* Einleitung. 1894.

<sup>(2)</sup> Ouvrage cité.



*perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directissimam* ». Le système en question étant supposé un ensemble de points assujettis à des liaisons données, ce n'est que le théorème de la moindre contrainte, appliqué à l'hypothèse qu'il n'y ait pas de forces imprimées. Au point de vue de Hertz, cette proposition réalise une extension de la loi de l'inertie, la Lex I de Newton, en remontant du point au système matériel. Elle conduit, par la même voie, au fait de la force, qu'on dira appliquée à un mobile, lorsqu'il ne vérifie pas cette loi; mais ce n'est pas tout; concernant un système de points matériels quelconques, au lieu d'un seul point, elle fournit même les propriétés générales de la force, et il n'est plus nécessaire de les affirmer comme autant de lois fondamentales distinctes. Le fait que la force appliquée à un corps émane d'un autre corps, et la concomitance d'une force appliquée à celui-ci, émanant du premier, égale et contraire, découlent de ce que, si le mobile considéré ne vérifie pas la loi fondamentale, c'est qu'il forme avec un autre, par hasard, avec un corps « caché » un système qui la vérifie, dans son ensemble, par suite de l'élimination mutuelle des écartements des deux parties.

Or, cet avantage de la méthode de Hertz s'amointrit considérablement, dès qu'on remarque que le déplacement d'un système, dont il est question dans la loi fondamentale, engage la notion de la masse, sous la forme de nombre de « particules » compris dans un corps, et que dans la notion de la particule on ne retrouve pas ce qu'il est nécessaire pour préciser celui du nombre d'elles comprises dans un corps, ou dans un point matériel. En effet, la « particule » (Massentheilchen) n'est définie que comme un repère servant à établir une correspondance univoque entre deux points de l'espace, correspondant à leur tour à une valeur fixée et à une valeur quelconque du temps, c'est-à-dire un repère à l'aide duquel nous distinguons un point de l'espace, conçu comme mobile, dans les différentes positions qu'il atteint, pour de différentes valeurs du temps. Il est bien vrai que, dans la Dynamique, lorsqu'il s'agit d'adapter au cas de l'expérience les notions abstraites de la Cinématique, on convient de déterminer la masse à l'aide de la balance, ce qui revient à l'identifier au poids. Mais, en abstrayant même de la nécessité de s'entendre sur une relation

entre poids et point géométrique, à un tel point correspondant la particule, on ne peut pas accorder, à mon avis, l'usage de la balance pour y fonder la notion de la masse, au même égard que celui de la règle, pour l'espace, et du chronomètre, pour le temps. En effet, ceux-ci, envisagés au point de vue du rôle qu'ils jouent dans la détermination des notions de l'espace et du temps, se réduisent à un segment de droite, la première, et à un mobile étalon, le second : tandis que je ne sais concevoir la balance autrement que comme une machine effective, dont c'est à la Mécanique de développer la théorie.

Ce n'est même pas le cas, il me semble, de faire appel à l'exemple de Newton, car il tâche, comme nous avons vu, de s'en dégager ; et, d'autre côté, ce n'est plus question à présent que de choisir entre définir la masse à l'aide du poids ou faire la théorie du poids à l'aide de la masse, définie indépendamment de la pesanteur et de toute autre espèce particulière de forces.

Cette remarque s'applique à tout procédé qui tranche à la même façon la question de la définition de la masse. Une exception est certainement due à des expositions ayant un caractère particulièrement expérimental et pratique<sup>(1)</sup>. Mais ce n'est pas le cas du procédé de Hertz : d'autant plus que, si la loi sur laquelle il est fondé, est censée empruntée à l'expérience, telle est cependant la nature de cette loi, qu'il n'y pas moins lieu à désirer dans ce procédé que dans celui de Kirchhoff un rôle de l'expérience plus conforme au vrai.

En effet, il ne fait place avant tout qu'aux systèmes "dont le mouvement est en partie fixé d'avance, en vertu de ces « liaisons », lesquelles ne sont réellement qu'une fiction mathématique, qu'un expédient subordonné au degré d'approximation qu'on se propose d'atteindre. D'autre côté, il pose en principe d'associer aux mobiles réellement observés un organe destiné à rendre raison de l'infraction de la loi fondamentale, dont on ne saurait pas préciser la signification matérielle, même dans les exemples les plus simples. D'où il s'ensuit que l'expérience y joue le rôle de relia-

---

(1) Nous ne pourrions que faire des remarques analogues à l'égard de l'usage du dynamomètre pour établir la notion de la Force. Voyez à ce propos E. PICARD « Une première leçon de dynamique » (*L'Enseignement mathématique*, 2<sup>e</sup> année, 1900).

les corps connus avec un corps inconnu, tandis que son procédé réel c'est l'analyse de leurs relations mutuelles, pour aboutir au cas élémentaire de deux points matériels, c'est-à-dire de deux corps en telles conditions qu'on puisse faire abstraction de leur qualité intrinsèque de systèmes, et de leur connexion avec le restant de l'univers.

### III

Dans la Nature nous ne constatons réellement que le mouvement... Toute autre notion... est un produit de notre esprit tiré des propriétés du mouvement.

LOBATSCHESKY.

Je passe, après ces remarques historiques et critiques, à mon ordre d'idées, conforme, d'ailleurs, sur plus d'un point essentiel, à ceux de plusieurs illustres savants. Je me permettrai à ce propos d'entrer en plus de détails que je n'ai fait jusqu'à présent. En effet, lorsqu'il s'agit de principes et non pas de déductions, il faut accorder beaucoup à ce qu'on pourrait appeler l'idiosyncrasie intellectuelle, et il vaut mieux exposer sa propre pensée que de faire la critique des autres, en bornant celle-ci au nécessaire pour en rendre raison.

Entendu, par l'interprétation à présent universellement acceptée des postulats de la Géométrie, que cette science est fondée sur l'expérience <sup>(1)</sup>, j'envisage la Mécanique rationnelle comme ayant le même caractère et lui faisant suite, en admettant l'existence d'un espace à trois dimensions, doué de propriétés spécifiques, parmi lesquelles la possibilité du déplacement de ses parties sans déformation, et en imposant à ce déplacement de nouvelles conditions, en vue de reproduire, à un certain degré, les mouvements — c'est-à-dire les déplacements progressifs — des corps naturels, tels qu'ils sont relevés par l'expérience <sup>(2)</sup>.

<sup>(1)</sup> « Geometry is a physical Science » CLIFFORD. *The common sense of the exact sciences*, 1885.

Voyez aussi A. VASSILIEF. « *Les idées d'Auguste Comte.* » (*L'Enseignement Mathématique*, 1900.)

<sup>(2)</sup> Le lien existant entre la Géométrie et la Mécanique a été explicitement affirmé par Newton : « *Geometria... nihil aliud est quam mechanicae universalis*