NOTION DE L'INFINI EN GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE A PROPOS D'UN ARTICLE DE M. RIPERT

Bien que ce qui suit n'appartienne plus, à vrai dire, à mon sujet, le lecteur me permettra d'indiquer, en terminant, une méthode nouvelle, à ce que je crois, pour déterminer le rayon du cercle ex-inscrit au triangle donné ABC. Calculons, par exemple, le rayon ρ_2 du cercle de centre O_2.

Menons O_2X parallèle à AO_1 ; on voit alors que

$$\rho_2{}^2 = (s-c).\ \overline{F_2X}.$$

On obtiendra $\overline{F_2X}$ en remarquant que les triangles semblables OFA et O_2F_2X sont homothétiques, et ont pour centre d'homothétie P et pour rapport d'homothétie $\frac{\rho}{\rho_2} = \frac{(s-b)}{s}$; le côté $\overline{F_2X}$ est donc l'homologue de $\overline{FA}$, et comme ce dernier égale lui-même $(s-a)$, on a

$$F_2X = (s-a)\frac{s}{(s-b)}$$

d'où finalement

$$\rho^2_2 = \frac{s\,(s-a)\ (s-c)}{(s-b)}.$$

Frz. Redl (Viehofen, Basse-Autriche).

NOTION DE L'INFINI

EN GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE

A PROPOS D'UN ARTICLE DE M. RIPERT (1)

La Géométrie élémentaire a heureusement échappé jusqu'ici aux innovations qui, sous couleur de progrès scientifique, ont entraîné les mathématiques spéciales dans une voie dangereuse. Aussi suis-je bien loin de partager l'opinion de M. Ripert sur l'introduction, dans la Géométrie élémentaire, de l'infini, au sens que M. Ripert donne à ce mot.

(1) Voir n° 2, 2e année, de l'*Enseignement mathématique* (15 mars 1900).

L'introduction de la notion de la droite de l'infini, du point à l'infini d'une droite, etc., ne peut venir utilement qu'en mathématiques spéciales, comme conséquence de la transformation homographique du plan. On peut alors montrer aux élèves que ces notions conventionnelles sont adoptées pour simplifier le langage, et qu'à chaque mode de transformation des figures planes correspond une façon différente d'envisager les points à l'infini ; en géométrie projective et en perspective, les points à l'infini d'un plan apparaissent comme étant sur une droite ; dans l'analyse des grandeurs complexes, on représente le plan sur une sphère, par une inversion : aux points à l'infini du plan répond alors un point de la sphère, et il est commode de parler du point de l'infini du plan, etc.

Pour la question particulière dont s'occupe M. Ripert, il est naturel et légitime d'introduire la notion du point à l'infini d'une droite, comme une conséquence de la division harmonique, qui est un mode particulier de transformation d'une droite en elle-même, point par point ; c'est ce qu'ont fait avec raison MM. Niwenglowski et Gérard dans le passage cité par M. Ripert. Mais vouloir *démontrer* comme une vérité absolue, par un théorème énoncé de la même façon que les théorèmes relatifs aux angles inscrits, *qu'une droite n'a pas deux points à l'infini mais seulement un*, c'est une idée inadmissible.

Quant à la démonstration proposée par M. Ripert, je n'y insisterai pas : elle repose sur un mode de transformation vague d'un cercle en une droite et elle permet de démontrer tout ce qu'on veut, pour les points à l'infini de la droite, suivant le mode de correspondance qu'on établit entre les points du cercle, ou d'une portion du cercle, et ceux de la droite.

P. Appell (Paris).