

BIBLIOGRAPHIE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

BIBLIOGRAPHIE

CHR. BEYEL. — **Ueber den Unterricht in der darstellenden Geometrie**.
1 broch. in-8°, 10 p., extr. de la Zeitschr. f. math. u. naturw. Unterricht,
t. XXX; Teubner, Leipzig, 1899.

Le rôle prépondérant que prend la Géométrie descriptive dans le développement de nos écoles techniques et les transformations de programme qui sont à l'ordre du jour dans les milieux pédagogiques, ont incité M. Beyel à condenser en une dizaine de pages, ses idées et conseils sur la meilleure manière d'enseigner cette importante branche.

Rendons-nous compte, dit-il, des buts de la Géométrie descriptive. Elle doit représenter systématiquement les corps de l'espace. Elle doit initier l'élève aux méthodes de représentation. Elle indique comment ces méthodes peuvent être appliquées à l'industrie. Enfin elle oblige le dessinateur à acquérir une habileté de main, qu'il utilisera lorsqu'il sera devenu technicien. Les jeunes gens ont beaucoup de peine à construire sur le papier les objets que leur œil a distingués. Est-ce une faiblesse atavique, l'esprit humain ayant été depuis des siècles dirigé du côté des calculs ? Est-ce plutôt un manque de concentration d'esprit dû à la multitude d'impressions qu'il reçoit ? L'auteur ne se prononce pas ; mais selon lui on ne peut remédier à cette insuffisance que par une étude systématique des corps. Les élèves devront être guidés par la théorie et conduits insensiblement du simple au compliqué, des exercices aux applications. Cette méthode seule donnera des résultats avantageux ; tout autre procédé empirique, fût-il même plus rapide, doit être impitoyablement rejeté.

L'emploi de la projection centrale devrait, d'après M. Beyel, être banni des cours du technicien futur et être réservé aux normaliens, les déformations que cette méthode impose aux corps étant trop violentes. La perspective et surtout l'axonométrie sont à étudier à fond ; l'emploi combiné de cette dernière méthode, avec la projection orthogonale facilitera bien des raisonnements et des constructions.

M. Beyel estime que l'enseignement doit se borner à représenter les surfaces et les corps géométriques ordinaires : polyèdres, surfaces de révolution et surfaces réglées. Le maître chargé de ce cours doit connaître les exigences de la pratique, et entrer fréquemment en contact avec son collègue, chargé des applications techniques.

Sur ce point les avis seront partagés ; que dans un cours universitaire, on traite la Géométrie descriptive comme une science et qu'on l'étudie pour elle-même sans s'occuper de son application, cela rentre dans l'esprit de cette institution ; mais dans une école technique où tout l'enseignement con-

verge vers un seul but, la pratique, il faut qu'il en soit autrement. Il est essentiel de faciliter aux élèves le passage de la théorie à cette pratique, et il est nécessaire d'établir tous les liens qui rattachent l'une à l'autre. Les théories illustrées par des exemples simples tirés de la charpente ou de la coupe des pierres seront ainsi mieux appréciées, et l'élève sera stimulé par le plaisir d'utiliser immédiatement les principes qui lui ont été exposés.

Selon l'auteur, l'exactitude des dessins donne lieu à bien des critiques. Nos étudiants savent résoudre les triangles; ils donneront même les résultats à sept décimales près, mais leurs constructions graphiques offrent peu de précision. C'est au maître à les entraîner soigneusement; il devra avoir à son service un certain nombre de moyens de contrôle qu'il appliquera à leurs épures. La Géométrie projective lui fournira la plupart de ces critères. Il faudra donc qu'il la possède entièrement. De même que ce n'est pas à l'Université qu'on apprend l'orthographe et la grammaire, il nous semble qu'il est un peu tard pour parler d'exactitude dans l'enseignement de la Géométrie descriptive; les élèves qui l'étudient ont déjà pratiqué pendant plusieurs années les constructions graphiques, et sont tenus de manier habilement leurs instruments de dessin. C'est à l'époque de leur initiation à cet art qu'il faudrait leur inculquer de bonnes habitudes. La réforme dont parle M. Beyel doit être introduite dans les études antérieures. Il a été parlé de Géométrie projective; M. Beyel désirerait que certains chapitres, concernant les ponctuelles et les faisceaux projectifs, la conception des pôles et polaires par rapport aux coniques, fussent connues du technicien: elles feraient pendant à l'étude analytique des coniques et faciliteraient bien des constructions.

C'est dans la salle de dessin que le maître jugera les fruits de son enseignement; c'est là qu'il reconnaîtra si la semence qu'il a lancée du haut de sa chaire est tombée dans la bonne terre ou sur un sol pierreux. Dans ses entretiens particuliers avec chaque élève, il se rendra compte de leur talent et appréciera leurs dispositions. Un moyen excellent consiste à orienter différemment les problèmes traités pendant le cours ou soumis aux élèves, ou mieux encore il conviendrait de les laisser choisir les éléments de leurs épures: cela développera chez eux, d'après M. Beyel, un certain sens de l'harmonie, cela les obligera à prévoir de loin les résultats et à éviter certaines coïncidences que l'on a qualifiées de fâcheuses. Tous les élèves n'y excelleront pas, mais il y aura toujours des étudiants qui ne seront pas la joie de leurs professeurs.

Quelques paragraphes sont consacrés à l'emploi des modèles en relief. L'auteur n'est pas partisan des corps en bois; ils appartiennent à un autre genre de dessin, le dessin à main levée ou encore la stéréométrie, tandis que la Géométrie descriptive affranchit l'élève de l'emploi du modèle. Les constructions en fils seraient préférables; elles font saisir facilement la génération de surfaces compliquées et permettent un meilleur aperçu d'ensemble grâce à leur transparence. On peut les faire exécuter par ceux des élèves qui seraient particulièrement habiles de leurs doigts.

Puis plusieurs conseils sont donnés sur l'exécution des dessins qu'il ne faut pas laisser dégénérer en images, sur les conventions de construction et de lettres qui doivent être invariables, et imposées aux élèves une fois pour toutes.

Enfin nous trouvons un certain nombre de remarques à l'adresse des

maîtres de Géométrie descriptive et des étudiants qui se destinent à cette profession. L'Université n'est pas un milieu propice à cette étude ; la Géométrie y est repoussée au second plan par l'Analyse. Ce n'est que dans une école polytechnique que l'on pourra s'en rendre possesseur.

Il faut que la réputation de la Géométrie descriptive s'améliore, et que cette branche des Mathématiques ne soit pas déconsidérée au profit des autres. M. Beyel pense que cet ostracisme est dû à un reste de classicisme grec et qu'il est tout aussi élevé de mettre ses pensées en figures qu'en formules. Nous sommes complètement d'accord, et la philosophie de Bacon est là pour nous soutenir. Si Platon estimait que le but de la Géométrie était d'affiner l'esprit et qu'elle s'était dégradée en passant aux mains des charrons, l'exemple d'Archimède justifie l'application de cette science aux besoins de l'humanité.

La Géométrie descriptive, dit encore M. Beyel, doit être étudiée sur le tard ; que l'on se contente, dans les écoles moyennes, de donner une instruction générale aux élèves et surtout qu'on les fasse beaucoup dessiner ; l'esprit une fois arrivé à maturité saisira rapidement des théories qui plus tôt, eussent été indigestes.

Voilà en quelques mots l'essence de cette brochure ; la lecture en est très instructive et l'on y rencontre des idées que l'on sent vivre au fond de soi-même, sans cependant se les être formulées. Toutes les personnes qui en feront l'étude, trouveront de nombreux motifs d'être reconnaissantes à l'auteur d'avoir bien voulu la publier.

Alph. BERNOUD (Genève).

B. NIEWENGLOWSKI et L. GÉRARD. — **Cours de Géométrie élémentaire**, à l'usage des élèves de mathématiques élémentaires, de mathématiques spéciales, des candidats aux écoles du gouvernement, des candidats à l'agrégation, de l'enseignement moderne et des classes de lettres. — Paris, Georges Carré et C. Naud, 1899.

I. GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE (*Mathématiques élémentaires ; enseignement classique*) : 1 vol. in-8° de 495 pages, avec 363 figures ; broché, 4 francs ; cart. à l'anglaise, 5 francs. — II. GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE (*enseignement moderne*) : 1 vol. in-8° de 252 pages, 226 figures ; broché, 2 fr. 50 ; cart. 3 fr. 25. — III. GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE (*classes de lettres*) : 1 vol. in-8° de 128 pages, 96 figures ; broché, 2 francs ; cart., 3 francs.

Ces trois volumes complètent le cours de Géométrie élémentaire dont nous avons précédemment analysé les trois volumes relatifs à la Géométrie plane ⁽¹⁾. On y trouve les mêmes préoccupations et les mêmes qualités : développement complet des matières des programmes, clarté de l'exposition, simplification des démonstrations par l'introduction dans tous les éléments mesurables, de la notion du *sens* ou du signe aussitôt que ces éléments apparaissent, en s'appuyant, toutes les fois qu'elle est possible, sur la marche parallèle de l'Algèbre et de la Géométrie ; enfin, exercices nombreux, gradués et accompagnés, quand il y a lieu, d'indications sur la solution.

⁽¹⁾ Voir *Enseignement mathématique*, 1^{re} année, n° 3, p. 224.

Le cours de l'Enseignement classique, qui forme le *Traité complet*, se divise en quatre livres (V à VIII) et un livre de compléments.

Le livre V, intitulé *Droites et Plans* (10 chapitres), contient toutes les notions concernant ces éléments de premier ordre (angles divers, parallélisme, perpendicularité, projections orthogonales) et se termine par deux chapitres relatifs, l'un au rapport anharmonique d'un faisceau de quatre plans, l'autre à la translation et à la rotation.

Le livre VI (*Polyèdres*, 5 chapitres), après les généralités sur les polyèdres, étudie toutes les questions relatives aux volumes des prismes, pyramides, etc., puis la symétrie, l'homothétie et la similitude.

Dans le livre VII (*Les trois corps ronds*, 8 chapitres), l'on trouve des notions générales sur les surfaces coniques, cylindriques et de révolution, suivies d'une étude aussi complète que possible des trois corps (cylindre, cône, sphère), des relations qu'ils ont entre eux et avec le tétraèdre, du plan radical et du plan polaire. Les deux derniers chapitres sont consacrés, l'un aux systèmes de sphères et à l'inversion, l'autre aux figures tracées sur la sphère.

Avec le livre VIII (*Courbes usuelles*, 5 chapitres), nous revenons à la Géométrie plane ; car, à l'exception du théorème : « La projection orthogonale d'un cercle sur un plan quelconque est une ellipse », que l'on trouve au chapitre I^{er} (ellipse), de la méthode de Dandelin pour l'étude des sections planes du cône de révolution, que présente le chapitre IV (propriétés communes aux trois courbes), enfin du chapitre V (hélice), qui entre dans un ordre d'idées bien différent, la presque totalité du livre trouverait sa place naturelle et logique dans le premier volume ; mais les auteurs ont dû se conformer à l'ordre des programmes.

Les Compléments (6 chapitres) ont une très grande importance. Ils peuvent se diviser en deux parties : 1^o les chapitres extrêmes (I et VI), qui appartiennent à la Géométrie dans l'espace, et étudient respectivement le déplacement d'un solide indéformable (y compris le déplacement hélicoïdal, qui fournit une application naturelle de l'étude de l'hélice), et les propriétés générales des polyèdres (théorème d'Euler et ses conséquences, polyèdres réguliers convexes et étoilés, etc.) ; 2^o les chapitres II à V (divisions et faisceaux homographiques ; — involution ; — homologie, homographie, figures corrélatives ; — propriétés générales des coniques), qui, sauf certaines propriétés de la projection perspective utilisées ça et là ⁽¹⁾, appartiennent pleinement à la Géométrie plane. Dans ces chapitres, nous avons vu avec plaisir, et nous nous empressons de le reconnaître, que les lacunes que nous avions signalées au premier volume (Géométrie plane, compléments du livre III) sont entièrement comblées. Mais, bien que la raison soit évidente qui a porté les auteurs à placer, dans l'ordre imposé par les programmes, des théories qui sont surtout nécessaires pour l'étude des coniques rejetée après la Géométrie de l'espace, cet ordre peu logique n'est pas sans incon-

(¹) L'emploi de considérations *stéréométriques* dans l'enseignement de la Géométrie plane sera bien justifié si la question, actuellement très débattue, de la fusion de la Planimétrie et de la Stéréométrie reçoit une solution favorable ; aujourd'hui, cet emploi nous semble prématuré ; au moins ne devrait-il venir que comme confirmation des considérations *planimétriques*. — Voir, dans *L'Enseignement mathématique*, t. I, l'analyse des *Eléments de Géométrie* de MM. Lazzeri et Bassani (n^o 1, p. 62) et l'article de M. G. Candido (n^o 3, p. 204).

vénients ; si les lacunes de la Géométrie plane moderne sont comblées, une grande lacune s'ouvre pour la Géométrie de l'espace : il suffit, pour s'en convaincre, de lire le très petit nombre de lignes que les auteurs consacrent (p. 386) à *mentionner* la possibilité d'extension à l'espace de l'homologie, de l'homographie et de la dualité. La théorie générale des coniques est très clairement exposée d'après Chasles ; mais aucune mention n'est faite des quadriques. Sans doute, les auteurs ont pour cela une bonne raison : il faut se borner. Mais, entre une théorie complète, qui est ici impossible, et une absence totale d'indications, il y a une large marge : en quelques pages, des notions générales très utiles pourraient être données.

Quatre notes sur la *symétrie*, les *coordonnées tétraédriques*, la *mesure des polyèdres* et le *plus court chemin dans l'espace et sur la sphère* terminent ce volume. Ces notes sont fort intéressantes ; celle sur les coordonnées tétraédriques, nécessaire pour l'étude des sphères inscrites à un tétraèdre (liv. VII, ch. v), serait utilement préparée par une note (ou un paragraphe) sur les coordonnées trilinéaires.

Les deux volumes spéciaux à l'enseignement moderne et aux classes de lettres, sont des extraits, conformes aux programmes, du cours de l'enseignement classique.

En résumé, l'ouvrage est excellent ; c'est un véritable livre d'enseignement. Selon nous, il laisse deux desiderata, dont le premier n'est imputable qu'aux programmes : nous voudrions voir reporter, à la Géométrie plane, les théories de la Géométrie moderne qui se rattachent à cette partie de l'enseignement, et développer davantage ces théories, dans le second volume, en ce qui concerne la Géométrie de l'espace.

L. RIPERT (Paris).

GUST. HOLZMÜLLER. — **Elemente der Stereometrie** ; erster Theil : Die Lehrsätze und Konstruktionen. 1 vol. in-8°, 383 pages, t. IV de la COLLECTION SCHUBERT. Prix : M. 5,40, G. J. Göschen, Leipzig, 1899.

« Le présent ouvrage a pour but de donner une idée générale du domaine de la Géométrie élémentaire de l'espace », dit l'auteur dans son introduction et nous verrons dans la brève analyse ci-dessous comment il a compris son programme, indiqué ainsi d'une manière sommaire. Mais avant d'aborder cette étude, suivons encore l'auteur dans son introduction afin de nous renseigner sur la manière dont il va procéder. Après avoir constaté que les divers traités de Géométrie existants sont, ou bien spéciaux et ne traitant les sujets exposés qu'à un seul point de vue, ou bien très élémentaires et laissant de côté les théories de la Géométrie moderne, M. Holzmüller va s'efforcer de combler ces lacunes et nous offre un traité très intéressant, mais qu'il faut considérer, ainsi qu'il le dit lui-même, « comme un essai méthodique, mais dans aucun cas comme une exposition systématique sans lacunes de la stéréométrie ». Malgré cela l'étude de l'ouvrage de M. Holzmüller est très instructive et elle a l'avantage d'amener très rapidement à des problèmes que l'on n'a pas l'habitude de voir figurer dans des *Eléments*. De nombreuses figures très bien faites aident à la compréhension du texte et, pour les chercheurs, des indications bibliographiques et historiques sur chaque sujet leur fourniront le moyen de se renseigner plus à fond.

Le traité de stéréométrie est partagé en 9 sections ; chacune d'entre elles traite une partie spéciale et dans une première étude plusieurs paragraphes

peuvent être laissés de côté sans nuire en aucune façon à la compréhension de ce qui suit.

Dans la première section, l'auteur expose les théorèmes généraux sur le plan et la droite dans l'espace ; les problèmes sur les angles des plans entre eux ou avec des droites sont traités ou esquissés et les constructions fondamentales exposées. Puis l'auteur aborde immédiatement certains problèmes qui mis en regard les uns des autres font voir une « réciprocité » du point et du plan dans l'espace ; c'est un premier aperçu d'une théorie féconde dont les résultats se verront dans la suite. L'étude du trièdre termine ce paragraphe.

La deuxième section pourrait sans inconvénient être partagée en deux parties bien distinctes ; la première contient les principes du dessin des corps de l'espace représentés soit par leurs projections orthogonales, soit par leur perspective cavalière. Ce dernier mode est surtout très développé ; il est appliqué à tous les solides réguliers et à un grand nombre de solides semi-réguliers et étoilés. L'étude des formes cristallines et leurs modifications par hémiedrie ou pointage est une application intéressante de ce qui précède, et cette étude est toujours faite en montrant que le principe de la « réciprocité » trouve encore ici des applications. La deuxième partie de cette section s'occupe des principes de la perspective régulière et de la projection centrale ; ces principes bien connus amènent le lecteur à la définition et à l'étude de la collinéation de l'affinité, de la similitude et de la congruence, cas particulier de la première. Comme application intéressante, citons la construction des vues stéréoscopiques, appliquée au dodécaèdre pentagonal et à l'icosaèdre.

La détermination des relations métriques entre les divers éléments d'un prisme, d'un tétraèdre, d'une pyramide quelconque, celle de leur surface latérale, de leur volume forment un premier paragraphe de la troisième section. Puis vient une étude générale des polyèdres d'Euler avec les théorèmes relatifs au nombre de faces, d'arêtes et de sommets de ces polyèdres ; nombreuses applications.

La quatrième section se rapporte au cylindre et au cône droits ainsi qu'aux lignes tracées sur la surface de ces corps. La notion des lignes géodésiques est introduite à propos de l'hélice,

Avec la cinquième section, nous abordons l'étude d'un corps dont nous aurons à nous occuper longuement : la sphère. Cette étude nous introduit tout d'abord dans ce que l'auteur appelle l'ancienne Géométrie élémentaire de la sphère, contenue dans la plupart des traités de stéréométrie, mais dans laquelle on rencontre encore le principe de la réciprocité sous la forme de la polarité sur la sphère. L'on aborde ensuite une partie très importante, savoir les applications à la sphère des principes de la Géométrie moderne : pôle et plan polaire avec la définition des figures réciproques ; plan radical, axe radical et centre radical de 2, 3 ou 4 sphères ; centres de similitude et les théorèmes sur ces divers éléments sont étudiés. Il en est de même des lignes tracées sur la sphère, cercles, faisceaux de cercles etc. Les loxodromies sur la sphère trouvent leurs applications dans l'étude de la représentation cartographique de la surface terrestre.

La sixième section est une des plus intéressantes du traité et l'on est étonné de voir avec quelle facilité les résultats découlent les uns des autres, s'enchaînent et se développent à la lumière du grand principe de la récipro-

cité exposé dans le chapitre précédent. Cette section a pour titre : Exercices sur la Géométrie moderne de la sphère et applications aux cyclides de Dupin et à la théorie de la courbure des surfaces. Ce titre renseigne suffisamment sur le contenu de cette partie pour que nous nous y arrêtons longtemps. Après avoir étudié dans une courte introduction les suites de cercles sur la sphère, l'auteur arrive immédiatement à la définition des cyclides de Dupin par la considération des sphères tangentes à trois sphères tangentes entre elles. Les sections circulaires de ces cyclides ainsi que celles de leur cas particulier le tore sont indiquées et l'on arrive immédiatement à la représentation conforme de la surface du tore sur un rectangle et aux loxodromies sur le tore. Enfin, on étudie la courbure des surfaces en général avec les théorèmes d'Euler et de Meunier, l'indicatrice, etc.; la définition de Gauss, de la courbure est indiquée et ces notions sont appliquées aux cyclides et spécialement au tore. Incidemment l'auteur aborde les surfaces à courbure négative constante, indique la constriction de surfaces de révolution de cette nature et l'importance qu'elles ont en général dans les théories des géométries absolues de Riemann et de Lobatchewski.

Dans la septième section nous trouvons les propriétés des courbes du deuxième degré déduites de celles du cône et du cylindre dont elles sont les sections planes, et leur application à la perspective régulière de la sphère et à son ombre portée.

Enfin, les deux dernières sections contiennent les principales propriétés des surfaces du deuxième degré, surfaces de révolution tout d'abord et surfaces générales ensuite.

J. MAY (Lausanne).

ERN. PASCAL. — **Repertorio di Matematiche superiori**; t. II, *Geometria*; un vol. in-12°, 228 p. Prix 9 L. 50. U. Hoepli; Milano, 1900.

Ce deuxième volume du Répertoire de Mathématiques supérieures est consacré au développement des aspects géométriques de la théorie des formes, et à la Géométrie infinitésimale.

Le mode d'exposition du Répertoire, à la fois rationnel et historique, n'est pas le moindre mérite d'un ouvrage destiné à devenir le *vade-mecum* du géomètre.

Cet ouvrage sera aussi le guide apprécié de tous les esprits curieux de hautes mathématiques, mais qu'effraient souvent les trop longues explorations bibliographiques; ceux-ci, sans sortir de leur chambre, pourront désormais, grâce à M. E. Pascal, connaître tout ce qu'on peut glaner aujourd'hui à travers les meilleurs auteurs; parfois même le Répertoire, esquissant avec bonheur plusieurs pages de l'œuvre d'un maître, pourra leur suffire.

Sans vouloir raconter ici, tout le voyage au long cours accompli par M. E. Pascal à travers la Géométrie moderne, je me contenterai d'en signaler les principales relâches qui sont :

Les bases de la Géométrie analytique et projective; les formes algébriques; les connexes; les coniques, les quadriques; les courbes planes; les surfaces et les courbes gauches; la cubique, la quartique; les surfaces du quatrième ordre et d'ordre supérieur; les Géométries de la droite et de la sphère; la Géométrie énumérative; la topologie ou « Analysis situs »; la Géométrie infinitésimale de l'espace et de l'hyperespace; la Géométrie non-euclidienne.

Telle est la matière du second volume du Répertoire; le succès de ce volume sera digne du succès de son aîné. J. A.

A. MENDES D'ALMEIDA et RODOLPHO GUIMARAES, officier du Génie portugais.
— **Curso de Topographia** (tome I^{er}) : 1 vol. grand in-8° de 532 pages, 352 figures dans le texte et 22 planches. — Lisbonne, J.-A. Rodrigues, 1899.

Cet ouvrage, très développé, est conforme au programme du Cours de Topographie de l'Ecole militaire du Portugal où l'un des auteurs (M. Mendes d'Almeida) est professeur adjoint (¹). Il comprendra deux volumes : le premier, actuellement publié, étudie les levers planimétriques réguliers et tous les éléments qui les composent ; le second traitera du nivellement, des sondages, des levers spéciaux et levers expédiés, de la cartographie, et se terminera par une étude sur le cadastre.

Le tome I^{er}, après une introduction exposant les généralités et les conventions relatives au dessin topographique, se divise en cinq chapitres et un appendice, savoir :

Ch. I^{er}. *Figuré et formes du terrain* (modes divers de représentation ; étude des formes naturelles et de leurs lois de formation). — Ch. II. *Lecture et copie des cartes* (distances et itinéraires, déclivités et accidents du terrain, évaluation des aires ; copies à même échelle, puis à échelle amplifiée ou réduite). — Ch. III. *Orientation* (par la boussole, sur une carte, par le soleil, la lune, l'étoile polaire, les indices et les informations). — Ch. IV. *Planimétrie* (détermination des distances et des angles ; instruments divers pour leur mesure). — Ch. V. *Exécution de la planimétrie* (triangulation ou canevas trigonométrique ; canevas topographique ; lever de détails ; instructions). — APPENDICE : notions sur les *projections cotées* et leurs applications.

Ce livre de Mathématique appliquée touche en bien des points à la Mathématique pure. Nous signalerons, comme exemple, l'exposition des méthodes d'évaluation des aires : 60 pages du chapitre II sont consacrées à un résumé très complet des diverses formules de quadratures et des études comparatives auxquelles elles ont donné lieu, suivi de notions étendues sur l'intégration graphique, les intégrateurs et les planimètres, etc.

Les auteurs, dans tout le cours de leur ouvrage, s'attachent à séparer nettement les procédés géométriques des procédés mécaniques ; pour chaque méthode exposée ou chaque instrument décrit, ils indiquent avec précision les conditions de l'emploi et les limites des erreurs commises. Ils citent avec un soin minutieux toutes les sources auxquelles ils ont puisé : c'est ainsi que 42 ouvrages ou documents sont cités pour l'évaluation des aires dont il est parlé ci-dessus.

Ce cours est, en résumé, un livre mûrement médité, un peu long parce que le sujet est vaste, mais d'une exposition en général claire et bien ordonnée, muni d'une excellente bibliographie, et qui sera fructueusement consulté par toutes les personnes qui s'occupent de Topographie.

COMM^t L. RIPERT (Paris).

(¹) Le livre est précédé d'une Préface du lieutenant-colonel Marrecas Ferreira, professeur.

Aug. HAAS. — **Integralrechnung** ; 2^{ter} Theil : *Anwendungen* (Applications des intégrales définies à la quadrature, à la rectification, à la complanation et à la cubature, avec exercices choisis dans le domaine mécanique et technique). 1 vol. gr. in-8°, 238 p. Prix : 9 marks. *Collection Kleyer*. Jul. Maier, Stuttgart, 1899.

Cet ouvrage présente, comme tous ceux de cette collection que j'ai eu le plaisir d'avoir entre les mains, un grand intérêt tant au point de vue de la disposition qu'à celui de la méthode mathématique.

DE LA DISPOSITION : Chaque page est divisée en deux colonnes, à gauche des questions précises et à droite les réponses.

Dans la colonne de gauche, l'espace restant entre deux questions, questions rendues ainsi saillantes par leur disposition, est très judicieusement rempli par un certain nombre de remarques explicatives se rapportant soit au développement direct de la question, soit à des points latéraux apparentés avec la question elle-même.

Ces remarques sont d'une grande valeur ; elles facilitent la lecture du traité en évitant d'avoir recours à d'autres ouvrages, ou à des développements quelquefois superflus, en même temps qu'elles donnent des horizons intéressants auxquels le lecteur n'aurait peut-être pas pensé.

Pour mieux faire ressortir ce point, je prends un exemple au hasard :

PROBLÈME 34 : Quadrature de l'Hyperbole équilatère $xy = c^2$ depuis $x = a$ à $x = b$.

REMARQUE 37 : Introduisons $x = v$ et $y = p$; l'équation devient $pv = c^2$, c'est-à-dire l'expression de la loi de Mariotte quand v est le volume d'une masse gazeuse et p la pression. Suivant l'action d'une compression isothermique on passera du volume v_1 au volume v_2 avec la dépense de travail ci-dessous :

$$Z = - \int_{v_1}^{v_2} p. dv = c^2 \log \frac{v_1}{v_2}$$

Voir KLIMPert : *Traité de Physique générale*.

SOLUTION : Nous obtenons ici

$$y = \frac{c^2}{x}$$

d'où

$$Z = \int_a^b \frac{c^2}{x} dx \\ = c^2 (\log a - \log b) = c^2 \log \frac{b}{a}$$

.
. ,

Suit un développement pour le cas $b = \infty$.

DE LA MÉTHODE MATHÉMATIQUE : Dans chaque chapitre la formule intégrale est d'abord développée suivant la méthode analytique, puis le résultat est comparé à une intégration. L'auteur montre ensuite comment un tel développement conduit en même temps à la définition rigoureuse de l'intégrale définie, en tant que limite d'une somme.

Les exemples nombreux, sur lesquels nous reviendrons sont d'abord choisis avec des coordonnées rectilignes, puis avec des coordonnées obliques et enfin avec des coordonnées polaires. Pour chaque variété nouvelle, l'auteur établit toujours la formule intégrale suivant la méthode analytique.

CHOIX DES EXEMPLES : C'est ici surtout que l'ouvrage est remarquable. Il ne comporte pas 300 pages, et rarement en si peu de place, collection aussi riche d'exemples de toute nature a été réunie. Les courbes du deuxième degré défilent d'abord avec des applications, pour la plupart calculées numériquement et avec des résultats simples, puis les courbes supérieures les plus intéressantes, les plus connues, toujours avec des solutions élégantes, et le plus souvent possibles, se rapportant à des exemples classiques, appliqués soit en physique soit en mécanique.

Les intégrales doubles et triples sont traitées dans le même esprit; par la manière dont elles sont présentées et par le choix des exemples qui s'y rapportent, cette deuxième partie de l'ouvrage est une des plus intéressantes dans son genre.

Je ne veux pas oublier non plus de signaler au lecteur le court chapitre consacré aux courbes intégrales.

Avant de conclure, il y a une remarque générale à faire qui pourra peut-être avoir sa valeur dans une seconde édition. Comme l'ouvrage qui est une deuxième partie, peut trouver sa place dans la bibliothèque d'un ami de la science mathématique, indépendamment de la première partie ou du calcul différentiel de la même collection, nous aimerions que nombre de courbes qui sont traitées ici, soient données aussi par les figures, sans pour cela, renvoyer le lecteur à un autre volume.

Nous comprenons la manière de faire de l'auteur, mais il serait agréable pour celui qui consulte ce volume sans avoir les autres sous la main de trouver aussi les figures. Celles-ci sont toujours un auxiliaire puissant pour le raisonnement de la question, aussi croyons-nous devoir attirer l'attention des intéressés sur ce point.

CONCLUSIONS : Nous recommandons avec plaisir le nouvel ouvrage à ceux de nos collègues qui lisent l'allemand. Pour la préparation du cours, pour les exemples, soit en vue des répétitions, soit en vue des examens, ils trouveront là un guide simple, facile en même temps qu'élégant, un guide réunissant avec une exposition claire une grande profondeur scientifique.

Non seulement les professeurs seront bien servis par l'ouvrage, mais les étudiants aussi y trouveront une matière féconde. Par la forme comme par le fond leur horizon mathématique pourra s'élargir et l'élégance des méthodes ne pourra qu'une fois de plus leur faire aimer les beautés de la science mathématique.

D^r L. CRELIER (Bienne).
