NOTE SUR LES LOGARITHMES

Autor(en): **Laurent, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-3584

NOTE SUR LES LOGARITHMES

J'ai montré dans un article précédent [1] comment on pouvait définir nettement l'égalité, l'addition, la quantité et le nombre. Je voudrais, pour bien mettre en lumière l'utilité de ces définitions qui ne sont autre chose que la traduction en langage précis de l'idée que l'on se fait tout naturellement de ces notions, faire une application à la théorie des logarithmes.

Les nombres sont des quantités puisque l'on peut définir leur égalité et leur addition, mais l'addition elle-même peut être définie de bien des manières et pour éviter toute confusion appelons la multiplication des nombres une pseudo-addition, ou soit que le produit de plusieurs nombres soit leur pseudo-somme. Le produit de plusieurs nombres étant indépendant de leur ordre, on peut évidemment le considérer comme un produit, l'objet nul est alors *l'unité* ordinaire.

Parmi les objets que nous appelons nombres prenons-en un b arbitrairement que nous appellerons l'unité ou pour éviter toute confusion, la *base*, les nombres, b^2, b^3, b^4, obtenus en ajoutant (au nouveau sens du mot), la base b avec elle-même, puis b avec le résultat, etc... seront les entiers (2), (3), (4)... et b^{-1}, b^{-2}, seront les entiers (— 1), (— 2), (—3)... que nous enveloppons de parenthèses, pour ne pas les confondre avec les entiers ordinaires.

Pour trouver le représentant d'un nombre N non entier, c'est-à-dire, non compris dans la suite b, b^2, b^3, nous partagerons la base b en 1, 2, 3... n portions égales et nous verrons si le nombre N contient un nombre entier de ses parties or, $\sqrt[n]{b}$ est le nombre qui ajouté n fois à lui-même donne b (au nouveau sens de l'addition), le nombre formé des n^ièmes de l'unité sera donc de la forme

(1) *L'Enseignement mathématique*, 1re année, p. 384-419.

$\sqrt[n]{b^m}$ et sera représenté par $\left(\frac{m}{n}\right)$. Enfin si le nombre N ne peut pas s'obtenir en ajoutant des parties aliquotes de l'unité, il sera compris entre $\sqrt[n]{b^m}$ et $\sqrt[n]{b^{m+1}}$ et sera représenté par la limite commune aux nombres $\left(\frac{m}{n}\right)$ et $\left(\frac{m+1}{n}\right)$.

Le représentant (p) d'un nombre N est ce que l'on appelle son logarithme dans la base b.

Voilà donc l'existence des logarithmes démontrée et basée sur leur propriété fondamentale $\log a + \log b = \log ab$.

H. Laurent (Paris).

SUR LE THÉORÈME DES FONCTIONS COMPOSÉES

1. Il peut y avoir intérêt à exposer sur une figure la démonstration du théorème des fonctions composées pour le cas de deux fonctions u et v, cas important à cause de la fonction implicite. Soit $y = f(u, v)$, u et v étant des fonctions de x continues et admettant une dérivée ; soit $Y = f(U, V)$, U et V étant deux variables indépendantes, et supposons que cette dernière fonction admette des dérivées partielles du premier ordre, fonctions continues des deux variables U et V. Prenons trois axes de coordonnées, Ou, Ov, Oy, ou OU, OV, OY ; considérons la surface $Y = f(U, V)$, et la courbe $y = f(u, v)$ tracée sur cette surface. Soit M un point de la courbe, M′ un point voisin ; on peut aller de M en M′ par le chemin MAM′ tracé sur la surface, l'élément de courbe MA étant dans le plan $V = v$, l'élément de courbe AM′ étant dans le plan $U = u + \Delta u$. Les ordonnées étant mM, aA, m'M′, menons Mα parallèle et égale à ma, menons $\alpha\mu'$ et Aμ'' parallèles et égales à am' ; nous aurons

$$\Delta y = \overline{\mu' M'} = \overline{\mu'\mu''} + \overline{\mu'' M'} = \overline{\alpha A} + \overline{\mu'' M'}$$
$$= \frac{\overline{\alpha A}}{\Delta u} \times \Delta u + \frac{\overline{\mu'' M'}}{\Delta v} \times \Delta v$$
$$= (Y'_U + \varepsilon)\, \Delta u + (\overline{Y}'_V + \varepsilon')\, \Delta v,$$