

# LA MÉCANIQUE RATIONNELLE ET LA MÉCANIQUE APPLIQUÉE

Autor(en): **LAISANT, C.-A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **1 (1899)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-1231>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# LA MÉCANIQUE RATIONNELLE

## ET LA MÉCANIQUE APPLIQUÉE <sup>(1)</sup>

---

Au point où vous en êtes arrivés, dans l'étude de la Mécanique, il ne vous a pas échappé, aussi bien dans les questions d'équilibre que dans les questions de mouvement, qu'une différence fondamentale, je pourrais dire un abîme, sépare la théorie pure de l'application. Il est vrai cependant que des applications pratiques vous ont été indiquées, chaque fois que l'occasion s'en présentait ; mais avec d'indispensables précautions, et des réserves ayant pour objet de vous mettre en garde contre des illusions dangereuses.

La raison de la différence dont il s'agit est toute naturelle. Pour pouvoir développer les théories mécaniques qui vous sont enseignées, pour raisonner en se servant du secours de l'Analyse ou de la Géométrie, il est obligatoire de soumettre à ces raisonnements, absolus par leur nature même, des êtres créés par l'imagination de l'homme, mais qui ne présentent pas d'identité avec ceux du monde réel. Cela arrive déjà en Géométrie ; vous savez à merveille que les droites, les cercles, les figures géométriques en général n'existent qu'à l'état d'êtres de raison. Cela arrive, à un plus haut degré peut-être, en Mécanique.

La définition des solides invariables, en particulier, est parfaite au point de vue géométrique, mais irréalisable dans la nature, où tous les corps que nous appelons des solides sont essentiellement déformables. Si par exemple une table repose par quatre pieds sur un plan horizontal, il est incontestable à priori que sous chacun des pieds se produit une pression ; cependant le raisonnement nous montre que la table et le plan d'appui étant considérés comme des solides parfaits, ces pressions sont indéterminées. C'est par une hypothèse qu'on lève l'indétermination, en

---

(<sup>1</sup>) Conférence faite le 30 mars 1899 à l'École polytechnique de Paris (élèves de deuxième année).

admettant que le plan horizontal subit des déformations sous l'action des pressions qu'il supporte. Une question analogue se présente dans le mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe.

En hydrostatique, en hydrodynamique ainsi que vous le verrez bientôt, c'est sur des liquides théoriques, c'est sur des gaz parfaits que l'on établit raisonnements et calculs. Or, ces conceptions n'existent que dans notre esprit, à la faveur de définitions créées par nous-mêmes ; aussi, dès que nous voulons nous approcher d'un peu plus près de la réalité, sommes-nous obligés d'ajouter des définitions nouvelles, de compléter nos notions premières par d'autres, le plus souvent d'ordre hypothétique, bien qu'empruntées à l'expérience d'une manière indirecte.

C'est par centaines, c'est d'un bout à l'autre de l'enseignement de la Mécanique que pourraient être présentées des remarques pareilles ; et certainement elles ont dû par avance s'offrir à vos esprits. Il est donc bien superflu d'insister davantage, et j'aime mieux aborder maintenant un nouvel ordre de considérations.

Ce ne sont pas seulement les êtres, ce sont les conditions des phénomènes, qui séparent profondément la science pure des applications. Alors que dans un problème de Mécanique rationnelle, même difficile et compliqué, le nombre des paramètres est limité, ce nombre devient considérable, on pourrait même dire infini, dans le plus simple des phénomènes de mouvement ou d'équilibre dont la nature puisse nous offrir le spectacle. C'est par de perpétuelles abstractions, par la suppression préméditée de toutes les circonstances parasites, que nous simplifions la question au point de la rendre accessible au calcul ou à la Géométrie. Il s'ensuit que le problème que nous pouvons traiter, et quelquefois résoudre, n'est qu'une image (irréalisable) de celui que nous présentait la nature.

En un mot, le calcul et en général les raisonnements mathématiques ne peuvent rien créer ; ce sont de purs agents de transformation ; ils ne rendent jamais que ce qu'on leur a confié. Or, comme dans toute question de mouvement on ne confie à la science pure que des objets n'existant pas dans la nature et placés dans des conditions irréalisables, il s'ensuit que *jamais* la solution obtenue ne pourra convenir à une application.

Sous une autre forme, nous pouvons dire que toute solution

d'une question de Mécanique appliquée, traitée par le secours de la Mécanique rationnelle, est fatalement fausse.

Est-ce à dire que la Mécanique rationnelle ne soit qu'une science vaine, pouvant procurer sans doute des satisfactions à l'esprit de l'homme, mais qui se limite à une sorte de virtuosité mathématique et reste sans utilité pratique ?

C'est précisément le contraire que je voudrais essayer d'établir à vos yeux, avec une entière clarté, après vous avoir exposé aussi franchement que possible les éléments de cette contradiction apparente.

Il importe en effet de reconnaître que, même dans ce milieu de l'École polytechnique, le nombre de ceux qui sont destinés à devenir des mathématiciens, à vivre dans la science pure, est des plus restreints ; tandis que chacun de vous, du jour au lendemain, peut être appelé à résoudre pratiquement des questions pratiques. Et c'est justement en me plaçant sur ce terrain que je crois pouvoir vous montrer quels immenses services pourra vous rendre, au cours de votre carrière, l'enseignement de la Mécanique que vous recevez ici.

À quelques conditions toutefois ; c'est de savoir l'interpréter et en profiter ; c'est d'en posséder les éléments d'une façon assez complète pour n'éprouver ni hésitation, ni embarras dans l'emploi que vous en pourrez faire ; c'est enfin de connaître assez bien cette science pour ne pas lui demander ce qu'elle ne saurait vous fournir, et pour exiger d'elle ce qu'elle peut vous donner.

Qu'il s'agisse d'un problème d'application quelconque dont la solution concerne des choses mesurables, jamais une solution exacte (dans l'acception mathématique du mot) n'est, ni possible, ni désirable. Ce qu'il nous faut, ce sont des solutions approchées, dans des limites connues de nous à l'avance, procurées par l'expérience ou par la pratique antérieure. Dès lors, si, en substituant les êtres de raison dont je vous parlais tout à l'heure à ceux qui existent, mais qui se refusent à notre analyse, si en négligeant de nombreux paramètres, et même une infinité de paramètres, nous avons l'assurance que le résultat obtenu ne différera pas du résultat réel au delà des limites d'approximation imposées, ce résultat nous sera extrêmement précieux ; théoriquement faux, il sera pratiquement juste. Et s'il arrive que la solution ainsi obtenue n'ait pu l'être, même au point de vue purement mathé-

matique, que par des procédés d'approximation, elle n'en devra pas être considérée pour cela comme inférieure, bien au contraire. Il suit de là que bien souvent l'impossibilité des intégrations rigoureuses dans les questions de Mécanique n'est pas un obstacle véritable, si l'on peut disposer de méthodes d'approximation. Il en résulte aussi qu'une solution approchée, mais obtenue par des moyens simples, peut être préférable à une autre très rigoureuse qui donnerait beaucoup plus de peine. Il y a plus : c'est qu'entre deux solutions d'un problème de Mécanique, l'une rigoureuse au point de vue mathématique, et l'autre seulement approchée, il y a des cas où cette dernière, à difficultés égales, présente une incontestable supériorité. Cela arrive notamment si l'on se trouve contraint, pour obtenir la première, à supprimer des paramètres qu'on peut faire entrer dans la seconde, et qui rapprochent davantage de la réalité.

On peut aller jusqu'à dire qu'en Mécanique appliquée, ce sont toujours des équations approchées que vous avez à traiter, jamais des équations exactes. Et cependant, les mathématiques pures nous rendent sur ce terrain le plus éminent des services, car elles nous fournissent le moyen de ne pas perdre le bénéfice de nos approximations antérieures. Il est, par exemple, une règle invariable sur laquelle M. Léauté n'a pas manqué d'appeler votre attention, et dont l'importance est si considérable que je tiens à y revenir ici ; c'est celle qu'on peut formuler en ces termes : « On intègre une équation approchée ; on ne la différentie pas. »

Pour vous en faire comprendre l'esprit, je prends le plus simple des exemples, celui d'une fonction  $F(t)$  d'une seule variable ; si  $f(t)$  est une fonction approchée de  $F(t)$  nous pouvons écrire  $F(t) = f(t) + \varphi(t)$ , et nous savons, tout au moins dans un certain domaine de variation de  $t$ , que  $\varphi(t)$  conservera des valeurs petites, que nous pouvons négliger, et qui restent en tout cas inférieures, en valeur absolue, à une limite  $\theta$  connue de nous.

Si, dans un intervalle donné, compris dans le domaine où  $\varphi(t)$  reste ainsi inférieur à  $\theta$ , nous venons à intégrer  $F(t) dt$ , nous aurons

$$\int_{t_0}^{t_1} F(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} f(t) dt + \int_{t_0}^{t_1} \varphi(t) dt.$$

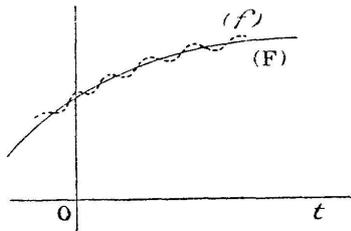
La seconde intégrale conservera une valeur positive ou négative, dont le module sera inférieur à  $(t_1 - t_0)\theta$ . Si donc nous prenons  $\int f(t) dt$  à la place du premier membre, nous aurons, par défaut ou par excès, une erreur inférieure à  $(t_1 - t_0)\theta$ , du même ordre de grandeur que  $\theta$ .

Si au contraire, nous avons écrit

$$F'(t) = f'(t) + \varphi'(t),$$

nous ne pourrions rien affirmer sur la grandeur de  $\varphi'(t)$  et la substitution de  $f'$  à  $F'$  nous conduirait aux plus grossières erreurs.

Une représentation graphique rend du reste intuitive la constatation que nous venons de faire.



Si deux courbes  $F$  et  $f$  sont rapprochées l'une de l'autre, et si nous prenons, entre deux ordonnées  $M_0P_0$ ,  $M_1P_1$ , les aires de ces deux courbes, elles différeront peu; l'une des deux sera une valeur approchée de l'autre. C'est l'intégration.

La différentiation consisterait à prendre les coefficients angulaires des tangentes, pour des points de même abscisse, et l'on voit quelles différences considérables les directions de ces tangentes peuvent présenter, bien que la différence des ordonnées  $\varphi(t)$  reste très petite

Ces considérations nous montrent que l'esprit mathématique et la possession des méthodes mathématiques sont indispensables pour l'étude de la Mécanique; mais elles ne suffisent pas. Il faut en outre y apporter des qualités de jugement et de logique générale qui jouent parfois un rôle prépondérant dans les problèmes d'application. En résumé, sans mathématiques, pas de Mécanique rationnelle, et par conséquent pas de Mécanique appliquée; mais avec les mathématiques seules, pas d'étude

approfondie de la Mécanique. Et il s'exposerait à de cruels mécomptes, celui qui ne verrait dans la Mécanique qu'un prétexte à développements analytiques plus ou moins brillants.

D'ailleurs, pour nous en tenir à la Mécanique rationnelle, il est intéressant de remarquer la position particulière qui lui est assignée dans l'échelle des sciences par sa nature même. Placée aux limites de la science mathématique pure et sur les frontières de la Physique, elle emprunte ses vérités premières, ses principes généraux au monde extérieur. Ce ne sont plus, comme en Géométrie ou dans le calcul, des axiomes réputés évidents; ce sont des vérités d'expérience, constatées sur les mouvements des corps naturels, découvertes par la puissance d'observation et de pénétration de génies exceptionnels, transportées par eux des corps naturels aux êtres idéaux sur lesquels on est contraint de raisonner, et vérifiées par les innombrables conséquences qu'on en déduit et qui jamais ne se sont trouvées en défaut. Ce caractère spécial fait participer la Mécanique aux sciences mathématiques d'une part, aux sciences physiques de l'autre, et lui donne ainsi un rang tout spécial dans l'échelle des connaissances humaines.

Lorsque nous en venons aux applications, ainsi que je vous l'ai signalé déjà, nous sommes conduits à serrer de plus en plus près les phénomènes par une sorte de série d'approximations successives. Il nous faut pour cela faire entrer dans les questions de nouveaux paramètres, primitivement considérés comme négligeables. Comment s'opérera cette introduction? Vous avez pu le constater déjà: par des hypothèses. Dans la théorie de l'énergie, vous avez remarqué au passage les hypothèses sur la constitution des corps naturels, sur leur organisation moléculaire, sur la chaleur; en Hydrostatique, vous savez que ce sont des hypothèses qui vous permettent de définir les fluides; vous verrez bientôt des hypothèses nouvelles apparaître dans la théorie de l'élasticité, dans celle de la lumière, qui s'y rattache étroitement; la théorie des machines à vapeur et des machines thermiques en général exige l'intervention de la Thermodynamique, assujettie elle-même à des hypothèses; et plus généralement encore, nous pouvons dire que la Physique mathématique tout entière se résout en fin de compte en problèmes de Mécanique, mais grâce

à l'appoint des hypothèses fournies par la Physique, et obtenues par l'expérience et l'observation.

De là un lien de plus entre la Mécanique et les sciences physiques. Seulement, les méthodes de la Mécanique conservent toujours leur immuable impeccabilité, alors que les hypothèses de la Physique, ou même les lois physiques sont essentiellement revisables. Mais comme une hypothèse reste bonne tant qu'elle suffit à expliquer tous les phénomènes connus, les paramètres que cette hypothèse permettra d'introduire dans le calcul s'y trouveront utilement introduits et permettront d'arriver, dans les applications, à une approximation plus satisfaisante.

Il est prudent, toutefois, même après cette approximation obtenue, de rester un peu en méfiance contre soi-même, de contrôler les résultats par tous les moyens dont on dispose, de ne mépriser ni l'esprit pratique, appuyé sur le bon sens, ni l'observation, ni l'expérience. Quand on réfléchit par exemple, aux erreurs d'interprétation qui ont persisté chez les esprits les plus éminents sur l'application du théorème des aires, jusqu'à une époque toute récente, et cela d'une façon tout à fait générale, on se sent pris d'un salutaire scepticisme, et l'on se garde d'une outrecuidance exagérée.

Puisque je viens de citer cet exemple du théorème des aires, permettez-moi de vous rappeler rapidement à quelle occasion la question a été soulevée et élucidée, il y a fort peu de temps. On soutenait, en vertu du théorème des aires (mal appliqué), qu'un animal tombant librement ne saurait se retourner pendant sa chute. L'expérience du chat retombant sur ses pattes semblait bien montrer le contraire, mais cette expérience ne présentait pas un caractère scientifique ; on la renouvela, grâce aux remarquables procédés de photographie instantanée de M. Marey, et on put reconnaître que le retournement s'effectuait parfaitement au cours de la chute. L'Académie des sciences fut à cette occasion, dans le public superficiel, l'objet de plaisanteries aussi faciles qu'innocentes. Et cependant elle a ainsi contribué à faire la lumière sur un point délicat de la science du mouvement, à dissiper une erreur générale, et à ouvrir des voies nouvelles à l'esprit humain.

Peu après les expériences dont je parle, en effet, MM. Fouché,

anciens élèves de l'École polytechnique, montraient, dans une substantielle étude communiquée à l'Académie, qu'il dépendrait de la volonté de l'homme de changer l'axe de la rotation de la terre. C'est un résultat qui n'est assurément pas d'une application pratique, mais dont personne ne saurait méconnaître la haute portée au point de vue de la philosophie naturelle. Sans l'étude expérimentale de la chute du chat, qui pourtant semblait enfantine, on n'aurait sans doute pas songé à aborder un semblable problème, et le théorème des aires aurait continué à recevoir une interprétation aussi fautive qu'incontestée.

Ne vous fiez donc pas sans réserve à l'esprit mathématique qui a dominé votre éducation scientifique préparatoire. La science mathématique est infaillible, mais nous ne le sommes pas ; et nous pouvons arriver à des conséquences fausses, en croyant raisonner juste. Mais en même temps, dites-vous bien que cette instruction mathématique est un instrument indispensable.

Ceci me conduit, au point de vue des applications des sciences, et surtout de la science du mouvement, à vous parler d'un paradoxe, que je regarde comme profondément pernicieux. Quelques-uns d'entre vous peut-être ont eu l'occasion de l'entendre énoncer ; tous, vous le rencontrerez sur votre chemin un jour ou l'autre. De soi-disant praticiens et, chose plus triste à constater, parfois des ingénieurs ayant la même origine que vous, viendront vous dire : « j'ai oublié toutes les notions mathématiques que  
« j'ai dû apprendre jadis ; ce bagage ne nous est pratiquement  
« d'aucune utilité ; tout au plus peut-être a-t-il contribué pour  
« sa part à la formation de notre cerveau, et à nous donner l'ha-  
« bitude du travail et un certain esprit de méthode. Mais d'une  
« façon directe, cela ne nous sert à rien. Nous avons un sens  
« pratique personnel, développé par l'expérience, avec les  
« années ; et, quant aux résultats que nous sommes conduits à  
« calculer ou à déterminer, ils nous sont fournis par des formules  
« empiriques, par des tables toutes faites, par des procédés  
« d'un usage courant, et qui ne nous obligent pas à remettre en  
« équations nos problèmes, ce que nous ne saurions plus faire  
« au bout de tant d'années. »

A peine un pareil langage serait-il raisonnable si les questions se présentaient toujours, dans la pratique, sous des formes

identiques, ou même simplement comparables; mais qu'il s'agisse de construire un pont métallique, d'établir une voûte, un barrage, un mur de soutènement, de faire le projet d'une bouche à feu ou celui d'une machine à vapeur, chaque fois on verra se révéler dans la question des conditions particulières méritant une étude particulière aussi. Les formules toutes faites et les tables sont de précieux auxiliaires; elles vous prouvent que des gens ont eu la patience de se livrer préalablement à un travail qui allégera matériellement votre peine et vous fera gagner du temps. Mais celui qui ne s'en rapporterait qu'aux résultats empiriques et à son sens pratique personnel ne serait qu'un manœuvre, fort habile peut-être, mais non par un ingénieur. A peine admettrait-on qu'un charpentier ou un appareilleur, sachant merveilleusement tracer l'épure d'un escalier ou d'une voûte compliquée, vint déclarer que la Géométrie descriptive est d'une utilité nulle; cela lui serait permis peut-être s'il ne l'avait jamais sue. Mais quand il s'agit des mouvements, des effets que produisent les forces, des problèmes qui s'imposent à l'ingénieur d'une façon chaque jour plus impérieuse, je ne crois pas exagérer en déclarant que cet appel absolu au sens pratique et cet ostracisme prononcé contre la science sont de véritables blasphèmes.

Quant aux conséquences effectives d'une pareille façon de procéder, c'est précisément le bon sens qui nous montre ce qu'elles peuvent être. Si, faute d'une analyse suffisante, vous vous êtes trompé, l'expérience viendra rectifier votre erreur par l'écrasement de la construction, l'explosion du canon ou l'impossibilité de mettre en marche la machine. C'est peut-être un peu tard. Et mieux vaudrait, en se gardant bien entendu, d'écarter les leçons de l'expérience antérieure, avoir pris le soin d'approfondir préalablement le problème, en usant de toutes les ressources mises à notre disposition.

Parmi ces ressources, celles qui résident dans la connaissance de la Mécanique rationnelle sont particulièrement précieuses et utiles. Gardez donc avec soin vos notes d'élèves et les feuilles de vos cours de Mécanique. Certes, vous ne conserverez pas constamment dans la mémoire le détail de toutes les démonstrations et les finesses de calcul; mais les théories essentielles,

mais les grandes idées directrices vous resteront. Et plus d'une fois, à l'occasion de questions pratiques se présentant à vous au cours de votre carrière, vous verrez grand profit à consulter ces anciens documents, à vous remettre en mémoire ce que vous savez aujourd'hui, à faire quelques équations, à reprendre certains problèmes de Mécanique rationnelle.

Et, d'un autre côté, la Physique, avec ses perfectionnements, arrivant de plus à plus à pénétrer dans le domaine de la Mécanique, ainsi que je vous l'ai fait comprendre tout à l'heure, et l'immense majorité des questions pratiques que vous aurez à résoudre relevant de la Mécanique directement, ou bien de la Physique, je crois pouvoir avancer la proposition suivante, qui résume la pensée maîtresse de cette conférence :

Pour l'ingénieur, la Mécanique appliquée, c'est le but ; la Mécanique rationnelle, c'est le moyen.

C.-A. LAISANT.

---

## SUR L'ÉGALITÉ, ET SUR L'INTRODUCTION DES ÉLÉMENTS DÉRIVÉS DANS LA SCIENCE

---

1. Lorsqu'on dit dans le langage ordinaire : *l'objet x est égal à l'objet y*, on entend dire que *toute propriété de x est aussi une propriété de y* ; mais le mot tout n'a pas, en général, la signification absolue de *totalité*, car, bien souvent, on considère un groupe spécial de propriétés, et il reste sous-entendu que le mot tout se réfère seulement à ce groupe.

Cela se présente, non seulement dans le langage ordinaire mais aussi dans le langage scientifique. Dans plusieurs traités de Géométrie, même parmi les plus récents, on dit, suivant Euclide : *la figure x est égale à la figure y*, pour exprimer que *x est superposable à y*, faisant de telle sorte abstraction de toute propriété de position des figures géométriques. Euclide exprime par la phrase : *la figure x est égale à la figure y*, ce qui aujourd'hui reste exprimé par la phrase : *x est équivalent à y*. Les deux membres