

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 55 (2009)
Heft: 3-4

Artikel: Sur la linéarisation des tissus
Autor: Pirio, Luc

Bibliographie

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-110106>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 19.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Récemment, Hénaut a abordé la question de la linéarisation des tissus plans dans [27]. S'appuyant sur les travaux [33, 41] de Lie et Tresse, il obtient un critère caractérisant les tissus plans linéarisables qui est essentiellement le même que celui obtenu par les géomètres allemands. Hénaut a travaillé indépendamment, sans connaître leurs résultats : s'il cite le livre [2], c'est pour dire que seuls des cas particuliers y ont été traités (cf. [27], p. 531).

Dernièrement en 2004, Akivis, Goldberg et Lychagin reviennent sur la linéarisabilité des tissus plans dans [1]. Insistant sur le fait que les résultats de Hénaut énoncés dans [27] ne sont pas formulés en termes invariants, ils reprennent une approche proposée en 1973 par Akivis et obtiennent une caractérisation des tissus plans linéarisables qui s'exprime par l'annulation de certains invariants différentiels explicites. Ils disent résoudre une conjecture posée par Blaschke à la fin de la section §42 de [3], où l'on peut lire :

Es scheint also möglich zu sein, eine beliebige Wabe in der Umgebung dritter Ordnung eines Punktes durch eine geradlinige Wabe zu ersetzen, während eine Annäherung in vierter Ordnung im allgemeinen nicht mehr möglich ist. Für die "Streckbarkeit" einer W_4 haben wir also zwei Bedingungen vierter Ordnung zu erwarten.

Bien que cela ne soit pas complètement explicite, Blaschke semble bien conjecturer à cet endroit quelle doit être la forme que l'on peut attendre d'un critère caractérisant les 4-tissus plans linéarisables. Cela est surprenant, puisque, comme on l'a dit plus haut, un tel critère était déjà présenté dans [2], livre datant de 1938 dont il est l'un des deux auteurs.

Alors que nous terminions la préparation de cet article, Goldberg et Lychagin ont rendu disponible la prépublication [20] où ils abordent le problème de la linéarisation des tissus de codimension 1 en dimension arbitraire.

Enfin, un mois après que nous avions diffusé le présent article sous forme de prépublication [38], Goldberg et Lychagin ont rendu accessible un texte en russe [21] où ils présentent plusieurs résultats similaires (voire identiques pour certains) à ceux que nous avions obtenus. Leur papier a depuis été publié [22].

BIBLIOGRAPHIE

- [1] AKIVIS, M. A., V. V. GOLDBERG and V. V. LYCHAGIN. Linearizability of d -webs, $d \geq 4$, on two-dimensional manifolds. *Selecta Math. (N.S.)* 10 (2004), 431–451.
- [2] BLASCHKE, W. und G. BOL. *Geometrie der Gewebe. Topologische Fragen der Differentialgeometrie*. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen 49. Springer, Berlin, 1938.

- [3] BLASCHKE, W. *Einführung in die Geometrie der Waben*. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1955.
- [4] BOL, G. Über ein bemerkenswertes Fünfgewebe in der Ebene. *Abh. Math. Semin. Hamb. Univ.* 11 (1936), 387–393.
- [5] —— Topologische Fragen der Differentialgeometrie XXXIV: Über topologische Invarianten von zwei Kurvenscharen im Raum. *Abh. Math. Semin. Hamb. Univ.* 9 (1932), 15–47.
- [6] BOREL, A. Élie Cartan, Hermann Weyl et les connexions projectives. In: *Essays on Geometry and Related Topics*, Mémoires dédiés à André Haefliger, Vol. 1, 43–58. Monograph L’Enseign. Math. 38. Geneva, 2001.
- [7] BORŮVKA, O. Sur les correspondances analytiques entre deux plans projectifs. *Publ. Fac. Sci. Masaryk* 72 (1926), 40 pp. et: Sur les correspondances analytiques entre deux plans projectifs. II. *Publ. Fac. Sci. Masaryk* 85 (1927), 34 pp.
- [8] BURAU, W. On certain models for congruences of rational normal curves. *Rend. Circ. Mat. Palermo* (2) 15 (1966), 41–50.
- [9] ČAP, A. and A. R. GOVER. Tractor calculi for parabolic geometries. *Trans. Amer. Math. Soc.* 354 (2002), 1511–1548.
- [10] ČAP, A. and H. SCHICHL. Parabolic geometries and canonical Cartan connections. *Hokkaido Math. J.* 29 (2000), 453–505.
- [11] CARTAN, É. Sur les variétés à connexion projective. *Bull. Soc. Math. France* 52 (1924), 205–241.
- [12] CAVALIER, V. and D. LEHMANN. Regular holomorphic webs of codimension one. Prépublication arXiv:math/0703596 (2007).
- [13] CRAMPIN, M. and D. J. SAUNDERS. Projective connections. *J. Geom. Phys.* 57 (2007), 691–727.
- [14] DAMIANO, D. B. Webs and characteristic forms of Grassmann manifolds. *Amer. J. Math.* 105 (1983), 1325–1345.
- [15] D’OCAGNE, M. Coordonnées parallèles et axiales. Gauthier-Villars, Paris, 1885.
- [16] DUBOURDIEU, J. Questions topologiques de géométrie différentielle. *Mem. Sci. Math.* 78. Gauthier-Villars, Paris, 1936.
- [17] EISENHART, L. P. Spaces with corresponding paths. *Proc. Nat. Acad. Sci.* 8 (1922), 233–238.
- [18] GEL’FAND, I. M. and R. D. MACPHERSON. Geometry in Grassmannians and a generalization of the dilogarithm. *Adv. Math.* 44 (1982), 279–312.
- [19] GOLDBERG, V. V. and V. V. LYCHAGIN. On the Blaschke conjecture for 3-webs. *J. Geom. Anal.* 16 (2006), 69–115.
- [20] GOLDBERG, V. V. and V. V. LYCHAGIN. Geodesic webs and PDE systems of Euler equations. Prépublication arXiv:0810.5417 (octobre 2008).
- [21] GOLDBERG, V. V. and V. V. LYCHAGIN. Geodesic webs of hypersurfaces. Prépublication arXiv:0812.2126 (décembre 2008).
- [22] GOLDBERG, V. V. and V. V. LYCHAGIN. Geodesic webs of hypersurfaces. *Dokl. Math.* 79 (2009), 284–286.
- [23] GRIFFITHS, P. On Cartan’s method of Lie groups and moving frames as applied to uniqueness and existence questions in differential geometry. *Duke Math. J.* 41 (1974), 775–814.

- [24] GRIFONE, J., M. ZOLTÁN and J. SAAB. On the linearizability of 3-webs. *Nonlinear Anal.* 47 (2001), 2643–2654.
- [25] GUNNING, R. C. On uniformization of complex manifolds: the role of connections. *Mathematical Notes* 22. Princeton University Press, Princeton, 1978.
- [26] HACHTRoudI, M. Les espaces d’éléments à connexion projective normale. *Actual. Sci. Industr.* 565. Hermann & Cie, Paris, 1937.
- [27] HÉNAUT, A. Sur la linéarisation des tissus de C^2 . *Topology* 32 (1993), 531–542.
- [28] KOBAYASHI, S. *Transformation Groups in Differential Geometry*. Classics in Mathematics. Springer, 1995. Reprint of: *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete* 70. Springer, 1972.
- [29] —— Canonical forms on frame bundles of higher order contact. In: Proc. Sympos. Pure Math. Vol. III, 186–193. Amer. Math. Soc., Providence, 1961.
- [30] KOBAYASHI, S. and T. NAGANO. On projective connections. *J. Math. Mech.* 13 (1964), 215–235.
- [31] KOBAYASHI, S. and T. OCHIAI. Holomorphic projective structures on compact complex surfaces. *Math. Ann.* 249 (1980), 75–94.
- [32] LALANNE, L. Appendice sur la représentation graphique des tableaux numériques, appendice du «Cours complet de météorologie» de L. Kaemtz, traduit et annoté par C. Martin, Paris, Paulin (1843), téléchargeable à l’url <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k95083j.capture>
- [33] LIE, S. Klassification und Integration von gewöhnlichen Differentialgleichungen zwischen x , y , die eine Gruppe von Transformationen gestatten III. *Lie Arch.* 8 (1883), 371–458.
- [34] MASSAU, J. Mémoire sur l’intégration graphique et ses applications. Annales de l’Association des ingénieurs sortis des écoles spéciales de Gand, Livre III 10 (1887), 1–535.
- [35] MOLZON, R. and K. P. MORTENSEN. The Schwarzian derivative for maps between manifolds with complex projective connections. *Trans. Amer. Math. Soc.* 348 (1996), 3015–3036.
- [36] OCHIAI, T. Geometry associated with semisimple flat homogeneous spaces. *Trans. Amer. Math. Soc.* 152 (1970), 159–193.
- [37] PEREIRA, J. V. Webs and arrangements. En préparation.
- [38] PIRIO, L. Sur la linéarisation des tissus. Prépublication arXiv:0811.1810 (novembre 2008).
- [39] SHARPE, R. W. *Differential Geometry. Cartan’s Generalization of Klein’s Erlangen Program*. Graduate Texts in Mathematics 166. Springer-Verlag, New York, 1997.
- [40] SMIRNOV, S. V. On certain problems of uniqueness in the theory of webs. *Vestn. Mat. Sb. Vyp.* 2 (1964), 128–135.
- [41] TRESSE, A. Sur les invariants différentiels des groupes continus de transformations. *Acta Math.* 18 (1893), 1–88.
- [42] VAONA, G. Sul teorema fondamentale della nomografia. *Boll. Unione Mat. Ital.* (3) 16 (1961), 258–263.

- [43] WEYL, H. Zur Infinitesimalgeometrie: Einordnung der projektiven und der konformen Auffassung. *Gött. Nachr.* (1921), 99–112.
- [44] YEN, C.-T. Sur la connexion projective normale associée à un feuilletage du deuxième ordre. *Ann. Mat. Pura Appl.* (4) 34 (1953), 55–94.

(Reçu le 19 novembre 2008)

Luc Pirio

IRMAR, UMR 6625 du CNRS
Université Rennes 1
Campus de Beaulieu
F-35000 Rennes
France
e-mail : luc.pirio@univ-rennes1.fr