

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 53 (2007)  
**Heft:** 3-4

**Artikel:** The combinatorial cost

**Autor:** Elek, Gábor

### Bibliographie

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-109545>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

**Download PDF:** 20.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

- Edges with an endpoint in  $T_n^i$ . The number of such edges is at most  $2|S|(1 - (1 - \omega)^2)|V(G_n)|$ .
- Edges from  $Z_n^i$  to the complement of  $W_n^i$ , for some  $1 \leq i \leq k_n$ . The number of such edges is at most  $2|S|\omega(1 - \omega)^{-1}|V(G_n)|$ .
- Edges from  $Z_n^i$  to  $W_n^i \setminus Z_n^i$  for some  $1 \leq i \leq k_n$ . The number of such edges is at most  $2|S|\omega(1 - \omega)^{-1}|V(G_n)|$ .

Hence

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{|E_n^\omega|}{|V(G_n)|} \leq 2|S|\left((1 - (1 - \omega)^2) + 2\omega(1 - \omega)^{-1}\right).$$

Therefore  $\mathcal{G}$  is hyperfinite.  $\square$

#### REFERENCES

- [1] ELEK, G. The strong approximation conjecture holds for amenable groups. *J. Funct. Anal.* 239 (2006), 345–355.
- [2] GABORIAU, D. Coût des relations d'équivalence et des groupes. *Invent. Math.* 139 (2000), 41–98.
- [3] —— Invariants  $\ell^2$  de relations d'équivalence et de groupes. *Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci.* 95 (2002), 93–150.
- [4] KECHRIS, A. S. and B. D. MILLER. *Topics in Orbit Equivalence Theory*. Lecture Notes in Mathematics 1852. Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [5] LACKENBY, M. Expanders, rank and graphs of groups. *Israel J. Math.* 146 (2005), 357–370.
- [6] —— Large groups, property  $(\tau)$  and the homology growth of subgroups. (Preprint).
- [7] LEVITT, G. On the cost of generating an equivalence relation. *Ergodic Theory Dynam. Systems* 15 (1995), 1173–1181.
- [8] LÜCK, W.  *$L^2$ -Invariants: Theory and Applications to Geometry and K-Theory*. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 3. Folge, 44. Springer-Verlag, Berlin, 2002.
- [9] MAGNUS, W., A. KARRASS and D. SOLITAR. *Combinatorial Group Theory: Presentations of Groups in Terms of Generators and Relations*. Interscience Publishers, John Wiley & Sons, Inc., New York-London-Sydney, 1966.

*(Reçu le 4 septembre 2006)*

Gábor Elek

The Alfréd Rényi Institute of Mathematics  
Hungarian Academy of Sciences  
P.O.B. 127  
H-1364 Budapest  
Hungary  
e-mail : elek@renyi.hu