

Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **52 (2006)**

Heft 3-4: **L'enseignement mathématique**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

In [10], A. Yamada proved that  $r \geq \ln \frac{2+\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$  with equality occurring when  $S$  is the thrice punctured sphere (which proves that Yamada's lower bound is sharp). Interestingly,  $\ln \frac{2+\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \operatorname{arcsinh}(\frac{2}{\sqrt{3}})$  and  $\frac{1}{2} \ln 3 = \operatorname{arccosh}(\frac{2}{\sqrt{3}})$ . The link is stronger than this apparent coincidence.

First of all, a thrice punctured sphere can be constructed by pasting two ideal hyperbolic triangles along all three edges. The three punctures are the points at infinity. The value  $\frac{1}{2} \ln 3$  was also obtained using this triangle as the maximal radius of an inscribed disk. Theorem 5.6, seen in the light of Theorem 6.1, reads as follows :

**THEOREM 6.2.** *Let  $S$  be a hyperbolic Riemann surface of signature  $(g, n)$ . There exists a point  $x \in S$  such that  $D(x, \frac{1}{2} \ln 3)$  is simply connected. The value  $\frac{1}{2} \ln 3$  is sharp.*  $\square$

Notice that in contrast to Theorem 5.6, the value  $\frac{1}{2} \ln 3$  is sharp for the set of surfaces with boundary but not for any individual surface. Surfaces with boundary play an important role in a variety of subjects, including the study of Klein surfaces (orientable or non-orientable hyperbolic surfaces). In other words, a Klein surface is either a hyperbolic Riemann surface, or the quotient of a closed hyperbolic Riemann surface by an orientation reversing involution (whose fixed point set is a set of disjoint simple closed geodesics). In terms of Klein surfaces, Theorem 5.6 implies the following corollary, where again the adjective "sharp" means sharp for the set of Klein surfaces.

**COROLLARY 6.3.** *Let  $S$  be a hyperbolic Klein surface. There exists a point  $x \in S$  such that  $D(x, \frac{1}{2} \ln 3)$  is simply connected. The value  $\frac{1}{2} \ln 3$  is sharp.*

**ACKNOWLEDGEMENTS.** I thank Peter Buser for careful rereading and suggestions. I thank all the people I have bored with my ideas, and in particular Aline Aigon-Dupuy, who also helped with figures, and Gérard Maze.

## REFERENCES

- [1] BAVARD, C. Disques extrémaux et surfaces modulaires. *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math.* (6) 5 (1996), 191–202.
- [2] BEARDON, A. F. *The Geometry of Discrete Groups*. Springer-Verlag, New York, 1995. (Corrected reprint of the 1983 original.)

- [3] BIRMAN, J. S. and C. SERIES. Geodesics with bounded intersection number on surfaces are sparsely distributed. *Topology* 24 (1985), 217–225.
- [4] BUSER, P. *Geometry and Spectra of Compact Riemann Surfaces*. Birkhäuser, Boston, 1992.
- [5] CANARY, R. D., D. B. A. EPSTEIN and P. GREEN. Notes on notes of Thurston. In: *Analytical and Geometric Aspects of Hyperbolic Space*, Symp. Coventry and Durham/Engl. 1984, 3–92. London Math. Soc. Lect. Note Ser. 111, 1987.
- [6] CASSON, A. J. and S. A. BLEILER. *Automorphisms of Surfaces After Nielsen and Thurston*. Cambridge University Press, Cambridge, 1988.
- [7] FENCHEL, W. and J. NIELSEN. *Discontinuous Groups of Isometries in the Hyperbolic Plane*. Walter de Gruyter, Berlin, 2003.
- [8] KERCKHOFF, S. P. The Nielsen realization problem. *Ann. of Math.* (2), 117 (1983), 235–265.
- [9] MARDEN, A. Universal properties of Fuchsian groups in the Poincaré metric. In: *Discontinuous Groups and Riemann Surfaces* (Proc. Conf., Univ. Maryland, College Park, Md., 1973), 315–339. Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., 1974.
- [10] YAMADA, A. On Marden’s universal constant of Fuchsian groups, II. *J. Analyse Math.* 41 (1982), 234–248.

(Reçu le 14 juillet 2006)

Hugo Parlier

Section de Mathématiques  
 Université de Genève  
 Case postale 64  
 CH-1211 Genève 4  
 Switzerland  
*e-mail* : hugo.parlier@math.unige.ch

Leere Seite  
Blank page  
Page vide