Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 51 (2005)
Heft: 3-4: L'enseignement mathématique

Artikel: On successive minima of indefinite quadratic forms
Autor: Bochnak, J. / Kucharz, W.
Bibliographie
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-3600

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 29.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

$$\det \begin{pmatrix} a_1^{(p)} \\ \vdots \\ a_n^{(p)} \end{pmatrix} \neq 0 .$$

By the Siegel-Watson theorem, one can choose $a'_1, \ldots, a'_n$ in $\mathbf{Z}^n$ such that $f'(a'_i) = b_i$ for $1 \leq i \leq n$ and a'_i is p-adically arbitrarily close to $a_i^{(p)}$. Then

$$\det \begin{pmatrix} a'_1 \\ \vdots \\ a'_n \end{pmatrix} \neq 0 ,$$

and hence $a'_1, \ldots, a'_n$ are linearly independent in $\mathbf{Z}^n$.

We can now complete the proof. Since $D(f) = D(f')$, the fact established above implies $\beta(f) \leq \beta(f')$. Thus $\beta_{n,s} \leq \beta_{n,s'}$, the form f in $\mathcal{E}_{n,s}(\mathbf{Z})$ being arbitrary. Consequently one gets

$$\beta_{n,s} = \beta_{n,s'}$$

by interchanging s and s'.

Finally observe that for s and s' under consideration,

$$w_{n,s} = w_{n,s'} .$$

By Corollary 2.3, the last two equalities imply the equivalence of $T(n,s)$ and $T(n,s')$ for $n \geq 3$. If $n = 2$, then $s = s' = 0$, and there is nothing to prove. □

REFERENCES

[1] BARNES, E. S. The minimum of the product of two values of a quadratic form. I. *Proc. London Math. Soc (3) 1* (1951), 257–283.

[2] —— On indefinite ternary quadratic forms. *Proc. London Math. Soc. (3) 2* (1952), 219–233.

[3] CASSELS, J. W. S. *An Introduction to the Geometry of Numbers.* Springer-Verlag, 1971.

[4] —— *Rational Quadratic Forms.* Academic Press, London, 1978.

[5] DANI, S. G. and G. MARGULIS. Values of quadratic forms at integral points: an elementary approach. *L'Enseignement Math. (2) 36* (1990), 143–174.

[6] MINKOWSKI, H. *Geometrie der Zahlen.* Leipzig and Berlin, 1898.

[7] SERRE, J.-P. *A Course in Arithmetic.* Springer-Verlag, 1993.

[8] WATSON, G. L. One-sided inequalities for integral quadratic forms. *Quart. J. Math. Oxford Ser. (2) 9* (1958), 99–108.

[9] —— Asymmetric inequalities for indefinite quadratic forms. *Proc. London Math. Soc. (3) 18* (1968), 95–113.

(Reçu le 28 septembre 2005)

J. Bochnak

Department of Mathematics
Vrije Universiteit
De Boelelaan 1081a
NL-1081 HV Amsterdam
The Netherlands
e-mail: bochnak@cs.vu.nl

W. Kucharz

Department of Mathematics and Statistics
University of New Mexico
Albuquerque, NM 87131-1141
U. S. A.
e-mail: kucharz@math.unm.edu