

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 51 (2005)
Heft: 1-2: L'enseignement mathématique

Artikel: Counting solutions of perturbed harmonic map equations
Autor: Kappeler, Thomas / Latschev, Janko

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-3588>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$\text{Ker } T$. Then, using the orthonormal basis $\{f_1, \dots, f_n\}$ of E and the elements $\{h_{k+1}, \dots, h_n\} \in (\text{Ker } T)^\perp$ as in Example A.2, we see that

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_T &= \bigwedge_{i=1}^k (e_i, 0, 0) \wedge \bigwedge_{l=k+1}^n (e_l, Te_l, 0) \wedge \bigwedge_{j=1}^n (0, 0, e_j) \\ &= c \cdot \bigwedge_{i=1}^k (e_i, 0, 0) \wedge \bigwedge_{r=k+1}^n (h_r, f_r, 0) \wedge \bigwedge_{s=1}^n (0, 0, f_s), \end{aligned}$$

where

$$c = \det(\langle Te_l, f_r \rangle_{l,r=k+1}^n) \cdot \det(\langle e_j, f_s \rangle_{j,s=1}^n).$$

In particular, $k = 0$ in the above formula whenever T is invertible, so that the expression then simplifies to $c = \det(T)$.

To recapitulate the above, we have shown that there is a natural trivialization of $\text{Det}(T)$ determined by the canonical generator of $\text{Det}(\mathcal{T}_0)$, which when evaluated at an invertible map $T \in L(E, E)$ corresponds to the element

$$(A.8) \quad \mu_T = \det(T) 1 \otimes 1 \in \text{Det}(\mathcal{T}_T).$$

This explains the name determinant line bundle for the bundle $\text{Det}(T)$ and concludes our discussion of Example A.7.

REFERENCES

- [CMS] CIELIEBAK, K., I. MUNDET I RIERA and D. SALAMON. Equivariant moduli problems, branched manifolds and the Euler class. *Topology* 42 (2003), 641–700.
- [ES] EELLS, J. and J.H. SAMPSON. Harmonic mappings of Riemannian manifolds. *Amer. J. Math.* 86 (1964), 109–160.
- [Ha] HARTMAN, P. On homotopic harmonic maps. *Canad. J. Math.* 19 (1967), 673–687.
- [HW] HUREWICZ, W. and H. WALLMAN. *Dimension Theory*. Princeton University Press, 1948.
- [Jo] JOST, J. *Riemannian Geometry and Geometric Analysis*. Springer-Verlag, 1995.
- [KKS1] KAPPELER, T., S.B. KUKSIN and V. SCHROEDER. Perturbations of the harmonic map equation. *Commun. Contemp. Math.* 5 (2003), 629–669.
- [KKS2] ———. Poincaré inequalities for maps with target manifold of negative curvature. *Preprint series*, Institute of Mathematics, University of Zurich, 2002, to appear in *Moscow J. of Math.*
- [Ko] KOKAREV, G. On the compactness property of the quasilinearly perturbed harmonic map equation. Preprint, 2003.

- [Ku] KUKSIN, S.B. Double-periodic solutions of nonlinear Cauchy-Riemann equations. *Comm. Pure Appl. Math.* 49 (1996), 639–676.
- [La] LANG, S. *Differential and Riemannian Manifolds*. Springer-Verlag, Graduate Texts in Mathematics 160, 1995.
- [Me] MEYER, W. Kritische Mannigfaltigkeiten in Hilbertmannigfaltigkeiten. *Math. Ann.* 170 (1967), 45–66.
- [Pa] PALAIS, R. S. *Foundations of Global Non-linear Analysis*, Benjamin Co., New York, 1968.
- [Sal] SALAMON, D. *Spin Geometry and Seiberg-Witten Invariants*. Book in preparation.
- [Sam] SAMPSON, J. H. Some properties and applications of harmonic mappings. *Ann. Sci. École Norm. Sup. (4)* 11 (1978), 211–228.
- [SY] SCHOEN, R. and S. T. YAU. Compact group actions and the topology of manifolds with non-positive curvature. *Topology* 18 (1979), 361–380.
- [Sm] SMALE, S. An infinite dimensional version of Sard's theorem. *Amer. J. Math.* 87 (1965), 861–866.
- [Tr] TROMBA, A. The Euler characteristic of vector fields on Banach manifolds and a globalization of Leray-Schauder degree. *Adv. in Math.* 28 (1978), 148–173.
- [Ya] YAMADA, S. On the ranks of harmonic maps. *Comm. Partial Differential Equations* 23 (1998), 1969–1993.

(Reçu le 2 avril 2004)

Thomas Kappeler

Institut für Mathematik
Universität Zürich
Winterthurerstr. 157
CH-8057 Zürich
Switzerland
e-mail: tk@math.unizh.ch

Janko Latschev

Institut für Mathematik
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6
D-10099 Berlin
Germany
e-mail: latschev@math.hu-berlin.de

Leere Seite

Blank page

Page vide