

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 49 (2003)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CARACTÉRISATION GÉOMÉTRIQUE DES SOLUTIONS DE MINIMAX POUR L'ÉQUATION DE HAMILTON-JACOBI

Autor: Capitanio, Gianmarco

Kurzfassung

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-66676>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 02.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

CARACTÉRISATION GÉOMÉTRIQUE DES SOLUTIONS DE MINIMAX POUR L'ÉQUATION DE HAMILTON-JACOBI

par Gianmarco CAPITANIO *)

ABSTRACT. The minimax solution is a weak solution of a Cauchy problem for the Hamilton-Jacobi equation, constructed from a generating family (quadratic at infinity) of its geometric solution. In this paper we give a new construction of the minimax in terms of Morse theory, and we show its stability by small perturbations of the generating family. Then we show that the max-min solution coincides with the minimax solution. Finally, we consider the wave front corresponding to the geometric solution as the graph of a multi-valued solution of the Cauchy problem, and we give a geometric criterion to find the graph of the minimax.

INTRODUCTION

En 1991 Marc Chaperon a proposé, dans [Cha], une méthode géométrique pour construire des solutions faibles du problème de Cauchy pour l'équation de Hamilton-Jacobi :

$$(PC) \quad \begin{cases} \partial_t u(t, q) + H(t, q, \partial_q u(t, q)) = 0, & \text{pour tout } t > 0, q \in Q, \\ u(0, q) = u_0(q), & \text{pour tout } q \in Q, \end{cases}$$

de hamiltonien H et donnée initiale u_0 sur une variété fermée Q .

La méthode classique des caractéristiques conduit, d'après une idée de Maslov, à considérer comme solution généralisée de (PC) une sous-variété lagrangienne du fibré cotangent de l'espace-temps $\mathbf{R} \times Q$, la *solution géométrique*.

La "projection" de la solution géométrique dans l'espace des jets d'ordre 0 sur Q est, en général, le graphe d'une fonction multivaluée. La méthode de minimax permet de déduire une "vraie" fonction à partir de cette solution multi-

*) Recherche soutenue par l'Istituto Nazionale di Alta Matematica "F. Severi".