

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 49 (2003)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ATIYAH'S  $L^2$ -INDEX THEOREM  
**Autor:** Chatterji, Indira / Mislin, Guido  
**Kapitel:** 1. Introduction  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-66679>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## ATIYAH'S $L^2$ -INDEX THEOREM

by Indira CHATTERJI and Guido MISLIN

### 1. INTRODUCTION

The  $L^2$ -Index Theorem of Atiyah [1] expresses the index of an elliptic operator on a closed manifold  $M$  in terms of the  $G$ -equivariant index of some regular covering  $\tilde{M}$  of  $M$ , with  $G$  the group of covering transformations. Atiyah's proof is analytic in nature. Our proof is algebraic and involves an embedding of a given group into an acyclic one, together with naturality properties of the indices.

### 2. REVIEW OF THE $L^2$ -INDEX THEOREM

The main reference for this section is Atiyah's paper [1]. All manifolds considered are smooth Riemannian, without boundary. Covering spaces of manifolds carry the induced smooth and Riemannian structure. Let  $M$  be a closed manifold and let  $E, F$  denote two complex (Hermitian) vector bundles over  $M$ . Consider an elliptic pseudo-differential operator

$$D: C^\infty(M, E) \rightarrow C^\infty(M, F)$$

acting on the smooth sections of the vector bundles. One defines its space of solutions

$$S_D = \{s \in C^\infty(M, E) \mid Ds = 0\} .$$

The complex vector space  $S_D$  has finite dimension (see [13]), and so has  $S_{D^*}$  the space of solutions of the adjoint  $D^*$  of  $D$  where

$$D^*: C^\infty(M, F) \rightarrow C^\infty(M, E)$$