Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 49 (2003)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ON THE CLASSIFICATION OF RATIONAL KNOTS
Autor: Kauffman, Louis H. / Lambropoulou, Sofia
Bibliographie
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-66693

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

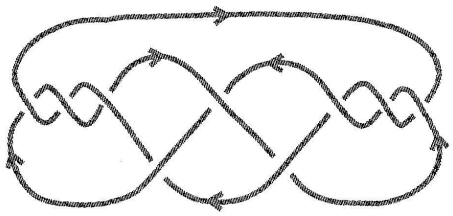
Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

that the rational tangle has two components), the integer $u = 2K - q$ in the equation $q^2 = 1 + up$ cannot be zero. It follows then that the links of the type $N([2n])$, for $n \in \mathbf{Z}$, $n \neq 0$, with tangle fraction $2n/1$ are not invertible (recall the example in Figure 30). Note that, for $n = 0$ we have $T = [0]$ and $F(T) = 0/1$, and in this case Theorem 7 is confirmed, since $1^2 = 1 + u0$, for any u odd. See Figure 38 for another example of a strongly invertible link. In this case the link is $L = N([[3], [1], [1], [1], [3]])$ with $F(L) = 40/11$. Note that $11^2 = 1 + 3 \cdot 40$, fitting the conclusion of Theorem 7.



L = N([[3], [1], [1], [1], [3]])

FIGURE 38
An example of a strongly invertible link

ACKNOWLEDGEMENTS. A part of this work and the work in [15] was done at Göttingen Universität. Both authors acknowledge with gratitude the research facilities offered there. It also gives us pleasure to acknowledge a list of places and meetings where we worked on these matters. These are: Göttingen, Santa Fe, Chicago, Austin, Toulouse, Korea, Athens, Marne-la-Vallée, Siegen, Las Vegas, Marseille, Berkeley, Dresden, Potsdam NY.

REFERENCES

[1] BANKWITZ, C. und H. G. SCHUMANN. Über Viergeflechte. *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg 10* (1934), 263–284.

[2] BLEILER, S. and J. MORIAH. Heegaard splittings and branched coverings of B^3. *Math. Ann. 281* (1988), 531–543.

[3] BRODY, E. J. The topological classification of the lens spaces. *Ann. of Math. (2) 71* (1960), 163–184.

[4] BURDE, G. Verschlingungsinvarianten von Knoten und Verkettungen mit zwei Brücken. *Math. Z. 145* (1975), 235–242.

[5] BURDE, G. and H. ZIESCHANG. *Knots.* De Gruyter Studies in Mathematics *5*, 1985.

[6] CONWAY, J. H. An enumeration of knots and links and some of their algebraic properties. In: *Proceedings of the Conference on Computational Problems in Abstract Algebra (Oxford 1967)*, J. Leech ed., 329–358. Pergamon Press, 1970.

[7] COZZARELLI, N., F. DEAN, T. KOLLER, M. A. KRASNOW, S. J. SPENGLER and A. STASIAK. Determination of the absolute handedness of knots and catenanes of DNA. *Nature 304* (1983), 550–560.

[8] ERNST, C. and D. W. SUMNERS. The growth of the number of prime knots. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. 102* (1987), 303–315.

[9] ERNST, C. and D. W. SUMNERS. A calculus for rational tangles: Applications to DNA recombination *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. 108* (1990), 489–515.

[10] ERNST, C. and D. W. SUMNERS. Solving tangle equations arising in a DNA recombination model. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. 126* (1999), 23–36.

[11] FRAME, J. S. Continued fractions and matrices. Classroom notes, C. B. Allendoerfer ed. *Amer. Math. Monthly 56* (1949), 98–103.

[12] GOERITZ, L. Bemerkungen zur Knotentheorie. *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg 10* (1934), 201–210.

[13] GOLDMAN, J. R. and L. H. KAUFFMAN. Rational tangles. *Adv. in Appl. Math. 18* (1997), 300–332.

[14] GRGETA, E. Simony, Knots, and continued fractions. Senior Thesis, George Washington University, 1998.

[15] KAUFFMAN, L. H. and S. LAMBROPOULOU. On the classification of rational tangles. To appear in *Adv. in Appl. Math.*

[16] KAWAUCHI, A. *A Survey of Knot Theory.* Birkhäuser Verlag, 1996.

[17] KHINCHIN, A. YA. *Continued Fractions.* Dover, 1997. (Republication of the 1964 edition of Chicago Univ. Press.)

[18] KOLDEN, K. Continued fractions and linear substitutions. *Arch. Math. Naturvid. 6* (1949), 141–196.

[19] LICKORISH, W. B. R. *An Introduction to Knot Theory.* Springer Graduate Texts in Mathematics *175*, 1997.

[20] MENASCO, W. and M. THISTLETHWAITE. The classification of alternating links. *Ann. of Math. (2) 138* (1993), 113–171.

[21] MONTESINOS, J. M. Revêtements ramifiés des nœuds, espaces fibrés de Seifert et scindements de Heegaard. *Publicaciones del Seminario Matemático García de Galdeano, Serie II, Sección 3* (1984).

[22] MURASUGI, K. *Knot Theory and its Applications.* (Translated from the 1993 Japanese original by B. Kurpita.) Birkhäuser Verlag, 1996.

[23] OLDS, C. D. *Continued Fractions.* New Mathematical Library *9*, Math. Assoc. of America, 1963.

[24] PRASOLOV, V. V. and A. B. SOSSINSKY. *Knots, Links, Braids and 3-Manifolds.* AMS Translations of Mathematical Monographs *154*, 1997.

[25] PRZYTYCKI, J. H. and A. YASUHARA. Symmetry of links and classification of lens spaces. Preprint, arXiv: math.GT/0011119, 17 Nov 2000.

[26] REIDEMEISTER, K. *Knotentheorie.* (Reprint.) Chelsea, New York, 1948.

[27] —— Knoten und Verkettungen. *Math. Z. 29* (1929), 713–729.

[28] —— Homotopieringe und Linsenräume. *Abh. Math. Sem. Hansischen Univ. 11* (1936), 102–109.

[29] ROLFSEN, D. *Knots and Links.* Publish or Perish Press, Berkeley, 1976.

[30] SCHUBERT, H. Über eine numerische Knoteninvariante. *Math. Z. 61* (1954), 245–288.

[31] —— Knoten mit zwei Brücken. *Math. Z. 65* (1956), 133–170.

[32] SEIFERT, H. und W. THRELFALL. *Lehrbuch der Topologie.* Leipzig, 1934; Chelsea, 1947.

[33] SEIFERT, H. Die Verschlingungsinvarianten der zyklischen Knotenüberlagerungen. *Abh. Math. Sem. Hamburg 11* (1936), 84–101.

[34] SAWOLLEK, J. Tait's flyping conjecture for 4-regular graphs. Preprint, 1998.

[35] SIEBENMANN, L. *Lecture Notes on Rational Tangles.* Orsay, 1972 (unpublished).

[36] SIMONY, O. Über eine Reihe neuer Thatsachen aus dem Gebiete der Topologie. *Math. Ann. 19* (1882), 110–120.

[37] —— Über eine Reihe neuer Thatsachen aus dem Gebiete der Topologie, Teil II. *Math. Ann. 24* (1884), 253–280.

[38] —— Demonstration eines neuen topologischen Apparates zur Herstellung gewisser, zahlentheoretisch verwerthbarer Knotensysteme. *Deutsch. Natf. Tagebl.* (1887), 110–111.

[39] —— Über den Zusammenhang gewisser topologischer Thatsachen mit neuen Sätzen der höheren Arithmetik und dessen theoretische Bedeutung [1887]. *Wien, Ak. Sber 96* (1888), (Abth.2), 191–286; *Deutsch. Natf. Tagebl.* (1887), 229–231.

[40] SUMNERS, D. W. Untangling DNA. *Math.Intelligencer 12* (1990), 71–80.

[41] SUNDBERG, C. and M. THISTLETHWAITE. The rate of growth of the number of alternating links and tangles. *Pacific J. Math. 182* (1998), 329–358.

[42] TAIT, P. G. On knots I. II. III. In: *Scientific Papers I*, 273–437 (1877–1885). Cambridge Univ. Press, London, 1898.

[43] TIETZE, H. Über verknotete und verkettete Linien I. Über die speziellen Simony-Knoten und Simony-Ketten. *S.-B. Math.-Nat. Abt. Bayer. Akad. Wiss.* (1942), 53–62.

[44] —— Bemerkungen über verknotete und verkettete Linien II. Vorgeschriebene singuläre Primzahlen für eine Simony-Figur und für ihr Spiegelbild. *S.-B. Math.-Nat. Abt. Bayer. Akad. Wiss.* (1943), 265–268.

[45] —— Über spezielle Simony-Knoten und Simony-Ketten mit vorgeschriebenen singulären Primzahlen I, II. *Monatshefte für Math. und Phys. 51* (1943–44), 1–14; 85–100.

[46] —— Über spezielle Simony-Knoten und Simony-Ketten mit vorgeschriebenen singulären Primzahlen für die Figur und für ihr Spiegelbild. *Math. Z. 49* (1943–44), 351–369.

[47] WALL, H. S. *Analytic Theory of Continued Fractions.* Van Nostrand Company, 1948.

(Reçu le 22 novembre 2002)

L.H. Kauffman

Department of Mathematics, Statistics and Computer Science
University of Illinois at Chicago
851 South Morgan St.
Chicago, IL 60607-7045
U. S. A.
kauffman@math.uic.edu

S. Lambropoulou

Department of Mathematics
National Technical University of Athens
Zografou Campus
GR-157 80 Athens
Greece
sofia@math.ntua.gr