

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 48 (2002)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** L'ÉQUATION DE NAGELL-LJUNGGREN  $\frac{x^n - 1}{x - 1} = y^q$   
**Autor:** Bugeaud, Yann / MIGNOTTE, Maurice

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-66071>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

entiers. Pour tout entier  $m \geq 1$ , on définit  $(m)_h = a_1 \dots a_r$  la suite des chiffres de  $m$  dans son écriture en base  $h$ , i.e.  $m = a_1 h^{r-1} + \dots + a_r$ , avec  $a_1 > 0$  et  $0 \leq a_i < h$  pour  $1 \leq i \leq r$ . Pour une suite  $(n_i)_{i \geq 1}$  d'entiers positifs ou nuls, on pose

$$a_h(g) = 0.(g^{n_1})_h(g^{n_2})_h \dots$$

Il est établi que  $a_h(g)$  est irrationnel si la suite  $(n_i)_{i \geq 1}$  est non bornée (voir par exemple [41]), et Sander [41] a étudié le cas où cette suite est bornée et admet exactement deux éléments qui apparaissent une infinité de fois. Son Theorem 3 repose sur une application incorrecte d'un résultat de [47] et n'est à ce jour pas démontré. Cependant, comme il est expliqué par exemple dans [19], les Théorèmes 12 et 13 permettent de montrer l'irrationalité de nombres  $a_h(g)$  sous les hypothèses considérées par Sander.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] BAKER, A. Linear forms in the logarithms of algebraic numbers. *Mathematika* 12 (1966), 204–216.
- [2] — A sharpening of the bounds for linear forms in logarithms I–III. *Acta Arith.* 21 (1972), 117–129; 24 (1973), 33–36; 27 (1975), 247–252.
- [3] BAKER, A. and G. WÜSTHOLZ. Logarithmic forms and group varieties. *J. reine angew. Math.* 442 (1993), 19–62.
- [4] BENNETT, M. Rational approximation to algebraic number of small height: The diophantine equation  $|ax^n - by^n| = 1$ . *J. reine angew. Math.* 535 (2001), 1–49.
- [5] BENNETT, M. and B.M.M. DE WEGER. On the Diophantine equation  $|ax^n - by^n| = 1$ . *Math. Comp.* 67 (1998), 413–438.
- [6] BILU, Y. Solving superelliptic Diophantine equations by the method of Gelfond–Baker. Preprint 94–09, Mathématiques Stochastiques, Univ. Bordeaux 2 (1994).
- [7] BILU, Y. and G. HANROT. Solving superelliptic Diophantine equations by Baker's method. *Compositio Math.* 112 (1998), 273–312.
- [8] BUGEAUD, Y. Sur la distance entre deux puissances pures. *C.R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* 322 (1996), 1119–1121.
- [9] — Linear forms in  $p$ -adic logarithms and the Diophantine equation  $\frac{x^n-1}{x-1} = y^q$ . *Math. Proc. Cambridge Phil. Soc.* 127 (1999), 373–381.
- [10] — On the Diophantine equation  $a \frac{x^n-1}{x-1} = y^q$ . *Proceedings of the Number Theory Conference held in Turku*, ed. M. Jutila and T. Metsänkylä, 19–24. De Gruyter, 2001.
- [11] — Linear forms in two  $p$ -adic logarithms and applications to Diophantine problems. *Compositio Math.* (à paraître).

- [12] BUGEAUD, Y., ZHENFU CAO and M. MIGNOTTE. On simple  $K_4$ -groups. *J. Algebra* 241 (2001), 658–668.
- [13] BUGEAUD, Y. et G. HANROT. Un nouveau critère pour l'équation de Catalan. *Mathematika* (à paraître).
- [14] BUGEAUD, Y., G. HANROT et M. MIGNOTTE. Sur l'équation diophantienne  $\frac{x^n-1}{x-1} = y^q$ , III. *Proc. London Math. Soc.* (3) 84 (2002), 59–78.
- [15] BUGEAUD, Y. et M. LAURENT. Minoration effective de la distance  $p$ -adique entre puissances de nombres algébriques. *J. Number Theory* 61 (1996), 311–342.
- [16] BUGEAUD, Y. et M. MIGNOTTE. Sur l'équation diophantienne  $\frac{x^n-1}{x-1} = y^q$ , II. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* 328 (1999), 741–744.
- [17] BUGEAUD, Y. and M. MIGNOTTE. On integers with identical digits. *Mathematika* 46 (1999), 411–417.
- [18] BUGEAUD, Y. and M. MIGNOTTE. On the Diophantine equation  $\frac{x^n-1}{x-1} = y^q$  with negative  $x$ . *Proceedings of the Millennial Conference on Number Theory*, ed. A. K. Peters (à paraître).
- [19] BUGEAUD, Y., M. MIGNOTTE and Y. ROY. On the Diophantine equation  $\frac{x^n-1}{x-1} = y^q$ . *Pacific J. Math.* 193 (2000), 257–268.
- [20] BUGEAUD, Y., M. MIGNOTTE, Y. ROY and T. N. SHOREY. The diophantine equation  $(x^n - 1)/(x - 1) = y^q$  has no solution with  $x$  square. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 127 (1999), 353–372.
- [21] DARMON, H. and L. MEREL. Winding quotients and some variants of Fermat's Last Theorem. *J. reine angew. Math.* 490 (1997), 81–100.
- [22] DELONE, B. N. Solution of the indeterminate equation  $X^3q + Y^3 = 1$ . *Izv. Akad. Nauk SSR* (6) 16 (1922), 253–272.
- [23] GURALNIK, R. M. Subgroups of prime power index in a simple group. *J. Algebra* 81 (1983), 304–311.
- [24] HIRATA-KOHNO, N. and T. N. SHOREY. On the equation  $(x^m - 1)/(x - 1) = y^q$  with  $x$  power. In: *Analytic Number Theory*, ed. Y. Motohashi. London Math. Soc. Lecture Note Ser. 247 (1997), 343–351. Cambridge University Press, Cambridge.
- [25] INKERI, K. On the Diophantine equation  $a(x^n - 1)/(x - 1) = y^m$ . *Acta Arith.* 21 (1972), 299–311.
- [26] LAURENT, M., M. MIGNOTTE et Y. NESTERENKO. Formes linéaires en deux logarithmes et déterminants d'interpolation. *J. Number Theory* 55 (1995), 285–321.
- [27] LE, MAOHUA. A note on the diophantine equation  $(x^m - 1)/(x - 1) = y^n$ . *Acta Arith.* 64 (1993), 19–28.
- [28] ——— A note on the Diophantine equation  $(x^m - 1)/(x - 1) = y^n + 1$ . *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 116 (1994), 385–389.
- [29] ——— A Diophantine equation concerning finite groups. *Pacific J. Math.* 169 (1995), 335–341.
- [30] ——— A note on perfect powers of the form  $x^{m-1} + \dots + x + 1$ . *Acta Arith.* 69 (1995), 91–98.

- [31] LJUNGGREN, W. Noen Setninger om ubestemte likninger av formen  $(x^n - 1)/(x - 1) = y^q$ . *Norsk. Mat. Tidsskr.* 25 (1943), 17–20.
- [32] — On an improvement of a theorem of T. Nagell concerning the Diophantine equation  $Ax^3 + By^3 = C$ . *Math. Scand.* 1 (1953), 297–309.
- [33] MIGNOTTE, M. A note on the equation  $ax^n - by^n = c$ . *Acta Arith.* 75 (1997), 287–295.
- [34] — On the Diophantine equation  $(x^n - 1)/(x - 1) = y^q$ . In: *Algebraic Number Theory and Diophantine Analysis*, F. Halter-Koch and R.F. Tichy ed., 305–310. W. de Gruyter, Berlin, 2000.
- [35] — Catalan's equation just before 2000. *Proceedings of the Number Theory Conference held in Turku*, ed. M. Jutila and T. Metsänkylä, 247–254. De Gruyter, 2001.
- [36] NAGELL, T. Des équations indéterminées  $x^2 + x + 1 = y^n$  et  $x^2 + x + 1 = 3y^n$ . *Nordsk. Mat. Forenings Skr. (I)* 2 (1920), 14 pages.
- [37] — Note sur l'équation indéterminée  $(x^n - 1)/(x - 1) = y^q$ . *Norsk. Mat. Tidsskr.* 2 (1920), 75–78.
- [38] — Solution complète de quelques équations cubiques à deux indéterminées. *J. de Math.* (9) 4 (1925), 209–270.
- [39] OBLÁTH, R. Une propriété des puissances parfaites. *Mathesis* 65 (1956), 356–364.
- [40] RIBENBOIM, P. *Catalan's Conjecture*. Academic Press, Boston, 1994.
- [41] SANDER, J.W. Irrationality criteria for Mahler's numbers. *J. Number Theory* 52 (1995), 145–156.
- [42] SARADHA, N. and T.N. SHOREY. The equation  $(x^n - 1)/(x - 1) = y^q$  with  $x$  square. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 125 (1999), 1–19.
- [43] SHOREY, T.N. Linear forms in the logarithms of algebraic numbers with small coefficients I, II. *J. Indian Math. Soc. (N. S.)* 38 (1974), 271–284; 38 (1974), 285–292.
- [44] — On the equation  $z^q = (x^n - 1)/(x - 1)$ . *Indag. Math. (N.S.)* 48 (1986), 345–351.
- [45] — Perfect powers in values of certain polynomials at integer points. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 99 (1986), 195–207.
- [46] — Exponential Diophantine equations involving products of consecutive integers and related equations. In: *Number Theory*, R.P. Bambah, V.C. Dumir and R.J. Hans-Gill, ed., 463–495. Hindustan Book Agency, 1999.
- [47] SHOREY, T.N. and R. TIJDEMAN. New applications of Diophantine approximations to Diophantine equations. *Math. Scand.* 39 (1976), 5–18.
- [48] SHOREY, T.N. and R. TIJDEMAN. Exponential Diophantine equations. *Cambridge Tracts in Mathematics* 87, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [49] QI SUN. An unsolved Diophantine equation in finite groups. *J. Math. Res. Exposition* 6 (1986), 20 (en chinois).
- [50] TIJDEMAN, R. On the equation of Catalan. *Acta Arith.* 29 (1976), 197–209.
- [51] WALDSCHMIDT, M. Minorations de combinaisons linéaires de logarithmes de nombres algébriques. *Canad. J. Math.* 45 (1993), 176–224.

- [52] YU, LI and MAOHUA, LE. On the Diophantine equation  $(x^m - 1)/(x - 1) = y^n$ . *Acta Arith.* 83 (1995), 363–366.
- [53] YUAN, PING-ZHI. Comment: “A note on perfect powers of the form  $x^{m-1} + \dots + x + 1$ ”, *Acta Arith.* 69 (1995), 91–98, by Maohua Le, and “On the Diophantine equation  $(x^m - 1)/(x - 1) = y^n$ ”, *Acta Arith.* 83 (1995), 363–366, by Li Yu and Maohua Le. *Acta Arith.* 83 (1998), 199.

(Reçu le 7 mai 2001)

Yann Bugeaud  
Maurice Mignotte

Université Louis Pasteur  
U. F. R. de mathématiques  
7, rue René Descartes  
F-67084 Strasbourg  
France  
*e-mail*: bugeaud@math.u-strasbg.fr  
mignotte@math.u-strasbg.fr