Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 48 (2002)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'ÉQUATION DE NAGELL-LJUNGGREN $\frac{x^n - 1}{x - 1} = y^q$

Autor: Bugeaud, Yann / MIGNOTTE, Maurice

Kapitel: 10. L'ÉQUATION $\frac{x^n - 1}{x - 1} = y^q$

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-66071

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 28.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

10. L'ÉQUATION
$$\frac{x^n - 1}{x - 1} = y^q$$

Après s'être demandé si un nombre ne s'écrivant qu'avec le chiffre 1 en base x pouvait être une puissance pure, il est naturel de se poser la même question pour les nombres s'écrivant avec le même chiffre, ou bien avec le même bloc de chiffres, répété plusieurs fois. Ce problème s'avère en général plus simple que l'étude de (1), et il fut résolu, dans le cas de la base 10 et pour tout chiffre autre que 1, par Obláth [39] dès 1956. Par la suite, Inkeri [25] considéra le cas d'autres bases, mais il buta lui aussi sur l'équation (1). Il observa cependant que si l'on sait résoudre (1) pour un entier $x \ge 2$ fixé, alors il devient assez facile de résoudre l'équation

(11)
$$a \frac{x^n - 1}{x - 1} = y^q$$
, en inconnues $n \ge 3$, $x \ge 2$, $1 \le a < x$, $y \ge 2$, $q \ge 2$,

par exemple en étudiant les diviseurs premiers de $(x^n - 1)/(x - 1)$. Nous avons ainsi obtenu le résultat suivant [10] et avons les moyens de résoudre complètement (11) pour toute valeur fixée de x, ... dans les limites, bien sûr, des possibilités des ordinateurs!

Théorème 17. Les seules solutions de l'équation (11) avec $x \le 100$ ou x = 1000 sont

$$(a, x, y, n, q) \in \{ (1, 3, 11, 5, 2), (1, 7, 20, 4, 2), (4, 7, 40, 4, 2), (1, 18, 7, 3, 3), (7, 18, 49, 3, 2), (7, 18, 7, 3, 4), (8, 18, 14, 3, 3), (3, 22, 39, 3, 2), (12, 22, 78, 3, 2), (19, 30, 133, 3, 2), (21, 41, 1218, 4, 2), (13, 68, 247, 3, 2), (52, 68, 494, 3, 2), (58, 99, 7540, 4, 2) \}.$$

En particulier, ce théorème affirme que si a, b et c désignent n'importe quel chiffre, alors aucun des nombres non nuls écrits en base dix

$$aa \dots aa$$
, $abab \dots abab$ et $abcabc \dots abcabc$

n'est une puissance pure, sauf, bien sûr, les nombres a, ab et abc lorsque ceux-ci sont des puissances parfaites.