Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 48 (2002)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNE PREUVE GÉOMÉTRIQUE DU THÉORÈME DE JUNG
Autor: Lamy, Stéphane
Kapitel: 4.2 Structure de produit amalgamé
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-66078

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

des points d'indétermination sur $f_\infty(F_3)$ et $f_\infty(F_2)$ dépend des coefficients γ et β). Enfin on contracte la section $s_\infty(F_1)$, on a ainsi obtenu

$$g'(x,y) = (x + \beta y^2 + \gamma y^3, y) \circ (y,x)\,.$$

4.2 Structure de produit amalgamé

Nous voulons montrer que $\mathrm{Aut}[\mathbf{C}^2]$ est non seulement engendré par les sous-groupes A et E, mais que de plus c'est le produit amalgamé de ces deux groupes. Autrement dit nous voulons montrer que toutes les relations dans le groupe $\mathrm{Aut}[\mathbf{C}^2]$ sont induites par les relations dans les groupes A et E. Ceci revient à montrer qu'une composition

$$h = a_1 \circ e_1 \circ \cdots \circ a_n \circ e_n \text{ avec } a_i \in A \setminus E, \quad e_i \in E \setminus A$$

n'est jamais égale à l'identité. Bien noter qu'on peut se restreindre à considérer des compositions h de cette forme, à savoir de longueur paire et commençant par un automorphisme affine. En effet si h est de longueur impaire (et supérieure à 3: bien sûr si h est de longueur 1 ce n'est pas l'identité) on peut faire baisser la longueur de h par conjugaison. De plus si h est de longueur paire et commence par un automorphisme élémentaire, il suffit de considérer h^{-1}.

Chaque automorphisme e_i, vu comme application birationnelle de $\mathbf{P}^2$, contracte la droite à l'infini sur le point $[1:0:0]$ (car on suppose $e_i \notin A$). De plus, dire que $a_i \notin E$ revient à dire que le point $[1:0:0]$ n'est pas un point fixe de a_i. On en déduit que l'extension de h à $\mathbf{P}^2$ contracte la droite à l'infini sur le point $a_1([1:0:0])$, ce qui montre que h n'est pas l'identité.

4.3 Preuve sur un corps quelconque

Etant donné un corps k nous notons A_k et E_k les groupes affine et élémentaire à coefficients dans k; par $\bar{k}$ nous désignons la clôture algébrique de k. Une première remarque est que notre preuve fonctionne sans aucun changement dans le cas d'un corps algébriquement clos $\bar{k}$ (la caractéristique du corps n'a pas d'importance). Les résultats sur la géométrie des surfaces que nous utilisons, à savoir les propriétés de la forme d'intersection (formules 5) et le théorème de décomposition de Zariski sont énoncés avec un tel degré de généralité par exemple dans le chapitre V de [18]. De même on peut recopier l'argument ci-dessus pour montrer que $\mathrm{Aut}[\bar{k}^2]$ est le produit amalgamé de $A_{\bar{k}}$ et $E_{\bar{k}}$.

Considérons maintenant un corps k non algébriquement clos, et soit g un élément de $\mathrm{Aut}[k^2]$ de degré d. On sait déjà que g est une composée