

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 47 (2001)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** GROUPS ACTING ON THE CIRCLE  
**Autor:** GHYS, Étienne  
**Kurzfassung:** Contents  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-65441>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 08.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## CONTENTS

1. Introduction .....	329
2. Some classical definitions .....	330
3. Two basic examples .....	332
3.1. The projective group .....	333
3.2. Piecewise linear groups .....	336
4. The group of homeomorphisms of the circle .....	338
4.1. Locally compact groups acting on the circle .....	345
5. Rotation numbers .....	349
5.1. Dynamics of a single homomorphism .....	349
5.2. Tits' alternative .....	359
6. Bounded Euler class .....	363
6.1. Group cohomology .....	363
6.2. The Euler class of a group acting on the circle .....	366
6.3. Bounded cohomology and the Milnor-Wood inequality ..	367
6.4. Explicit bounds on the Euler class .....	372
6.5. Actions of the real line and orderings .....	373
6.6. Some examples .....	382
7. Higher rank lattices .....	386
7.1. Witte's theorem .....	387
7.2. Actions of higher rank lattices .....	390
7.3. Lattices in linear groups .....	392
7.4. Some groups that do act... .....	401
References .....	404

## 2. SOME CLASSICAL DEFINITIONS

We begin with some very general definitions concerning group actions. For an introduction to this subject, we refer to [42].

Let  $\Gamma$  be any group and  $X$  be any topological space. An *action* of  $\Gamma$  on  $X$  is a homomorphism  $\phi$  from  $\Gamma$  to the group  $\text{Homeo}(X)$  of homeomorphisms of  $X$ . An element  $\gamma \in \Gamma$  and a point  $x \in X$  produce the point  $\gamma \cdot x = \phi(\gamma)(x)$ . Conversely a map

$$(\gamma, x) \in \Gamma \times X \mapsto \gamma \cdot x \in X$$