

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 46 (2000)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: THE SIXTH FERMAT NUMBER AND PALINDROMIC CONTINUED FRACTIONS
Autor: Dyson, Freeman
Kurzfassung
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-64808>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 25.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

THE SIXTH FERMAT NUMBER
AND PALINDROMIC CONTINUED FRACTIONS

by Freeman DYSON

ABSTRACT. An elementary argument is presented, verifying the known factorization of the sixth Fermat number $2^{64} + 1$. The verification is made more elegant by using an old theorem of Serret concerning palindromic continued fractions.

It is easy to explain why the fifth Fermat number $2^{32} + 1$ is divisible by 641 [Hardy and Wright, 1938]. The prime 641 has the two representations

$$(1) \quad 641 = 5 \cdot 2^7 + 1 = 5^4 + 2^4.$$

The congruence

$$(2) \quad 2^{32} = 2^4 \cdot 2^{28} \equiv -5^4 \cdot 2^{28} = -(5 \cdot 2^7)^4 \equiv -1 \pmod{641}$$

follows immediately from (1).

The purpose of this note is to explain in a similarly elementary way why the sixth Fermat number $2^{64} + 1$ is divisible by 274177. The divisor has the representation

$$(3) \quad q = 274177 = 1 + 2^8 f, \quad f = (2^6 - 1)(2^4 + 1),$$

and it is easily verified that

$$(4) \quad 2^{24} - 1 = fg, \quad g = (2^6 + 1)(2^8 - 2^4 + 1).$$

We look for a factorization of the form

$$(5) \quad 2^{64} + 1 = (x^2 + y^2)(z^2 + w^2), \quad 2^{32} - i = (x + iy)(z - iw),$$

so that we require integers x, y, z, w satisfying

$$(6) \quad xz + yw = 2^{32}, \quad xw - yz = 1, \quad x^2 + y^2 = q.$$

When $z = gx$, $w = gy$, the right side of (5), $(x + iy)g(x - iy)$, becomes gq ; and $gq = 2^{32} + a$, very close to 2^{32} , with the difference $a = g - 2^8 = 15409$