

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **46 (2000)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

A p -ADIC L -FUNCTION OF TWO VARIABLES

by Glenn J. FOX^{*})

ABSTRACT. For p prime and χ a primitive Dirichlet character, we derive a p -adic function $L_p(s, t; \chi)$, where $t \in \mathbf{C}_p$, $|t|_p \leq 1$, and $s \in \mathbf{C}_p$, $|s - 1|_p < |p|_p^{1/(p-1)}|q|_p^{-1}$, $s \neq 1$ if $\chi = 1$, with $q = 4$ if $p = 2$ and $q = p$ if $p > 2$, that interpolates the values

$$L_p(1 - n, t; \chi) = -\frac{1}{n} \left(B_{n, \chi_n}(qt) - \chi_n(p)p^{n-1} B_{n, \chi_n}(p^{-1}qt) \right),$$

for $n \in \mathbf{Z}$, $n \geq 1$. Here $B_{n, \chi}(t)$ is the n^{th} generalized Bernoulli polynomial associated with the character χ , and $\chi_n = \chi\omega^{-n}$, where ω is the Teichmüller character. This function is then a two-variable analogue of the p -adic L -function $L_p(s; \chi)$, where $s \in \mathbf{C}_p$, $|s - 1|_p < |p|_p^{1/(p-1)}|q|_p^{-1}$, $s \neq 1$ if $\chi = 1$, in that this function satisfies $L_p(s, 0; \chi) = L_p(s; \chi)$. In addition to deriving this function, we establish several properties and applications of $L_p(s, t; \chi)$.

1. INTRODUCTION

Given a primitive Dirichlet character χ , having conductor f_χ (see Section 2 for definitions), the Dirichlet L -function associated with χ is defined by

$$L(s; \chi) = \sum_{b=1}^{\infty} \frac{\chi(b)}{b^s},$$

where $s \in \mathbf{C}$, $\Re(s) > 1$. This function can be continued analytically to the entire complex plane, except for a simple pole at $s = 1$ when $\chi = 1$, in which case we have the Riemann zeta function, $\zeta(s) = L(s; 1)$. It is believed that the analysis of Dirichlet L -functions began with Euler's study of $\zeta(s)$, in which he considered the function only for real values of s . It was Riemann

^{*}) A majority of these results were obtained while the author was a graduate student at the University of Georgia, Athens, under the direction of Andrew Granville.