

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 45 (1999)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: TEICHMÜLLER SPACE AND FUNDAMENTAL DOMAINS OF FUCHSIAN GROUPS
Autor: SCHMUTZ SCHALLER, Paul

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-64444>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$P(2)$ into 8 triangles D_j so that a_j is a side of D_j , $j = 1, \dots, 8$, compare Figure 7. Since M is hyperelliptic, D_j and D_{j+4} are isometric, $j = 1, \dots, 4$. Denote by δ_i the angle of D_i in the vertex C , $i = 1, \dots, 4$. The seven lengths determine the triangles D_i , $i = 1, 2, 3$, as well as two sides and the angle δ_4 of D_4 by the condition

$$(6) \quad \Delta := \sum_{j=1}^4 \delta_j = \pi,$$

so they determine also D_4 . This shows that the seven lengths determine $P(2)$. Multiply the seven lengths by a positive real t and assume that the seven new lengths also determine a canonical polygon $P_t(2)$. If $t > 1$, then δ_i , $i = 1, 2, 3$, are smaller in $P_t(2)$ than in $P(2)$ by Lemma 9, therefore, by (6), δ_4 is larger in $P_t(2)$ than in $P(2)$. It follows by Lemma 7 that the sum of the two other angles of D_4 is smaller in $P_t(2)$ than in $P(2)$. Since all angles in D_i , $i = 1, 2, 3$, are smaller in $P_t(2)$ than in $P(2)$ by Lemma 9, it follows that

$$\sum_{i=1}^4 \alpha_i$$

is smaller in $P_t(2)$ than in $P(2)$. But this contradicts condition (II) of canonical polygons. An analogous contradiction follows if $t < 1$ proving thus that $t = 1$ and therefore the theorem. \square

REMARK. Theorem 16 is new. It is well known that $6g-6$ length functions can never parametrize T_g so that the situation of Theorem 16 is the best we can expect. It is not known whether $6g-5$ geodesic length functions, *taken as homogeneous parameters*, can parametrize T_g for $g \geq 3$.

REFERENCES

- [1] BEARDON, A.F. *The Geometry of Discrete Groups*. Springer, 1983.
- [2] BUSER, P. *Geometry and Spectra of Compact Riemann Surfaces*. Birkhäuser, Boston, 1992.
- [3] COLDEWEY, H.-D. Kanonische Polygone endlich erzeugter Fuchsscher Gruppen. Dissertation, Bochum, 1971.
- [4] FORD, L. *Automorphic Functions*. Chelsea, New York, 1929.
- [5] IVERSEN, B. *Hyperbolic Geometry*. Cambridge University Press, 1992.
- [6] JOST, J. *Compact Riemann Surfaces*. Springer, 1997.
- [7] KATOK, S. *Fuchsian Groups*. The University of Chicago Press, 1992.

- [8] LEHNER, J. Discontinuous groups and automorphic functions. *Math. Surveys*, No. VIII, AMS Providence, 1964.
- [9] MASKIT, B. On Poincaré's theorem for fundamental polygons. *Advances in math.* 7 (1971), 219–230.
- [10] POINCARÉ, H. Théorie des groupes fuchsien. *Acta math.* 1 (1882), 1–62.
- [11] DE RHAM, G. Sur les polygones générateurs de groupes fuchsien. *L'Enseignement math.* (2) 17 (1971), 49–61.
- [12] SCHMUTZ, P. Une paramétrisation de l'espace de Teichmüller de genre g donnée par $6g - 5$ géodésiques explicites. Sémin. théorie spectrale et géométrie, Chambéry-Grenoble (1991–1992), 59–64.
- [13] — Die Parametrisierung des Teichmüllerraumes durch geodätische Längenfunktionen. *Comment. Math. Helv.* 68 (1993), 278–288.
- [14] SCHMUTZ SCHALLER, P. Geometric characterization of hyperelliptic Riemann surfaces. *Ann. Acad. Sci. Fenn. Math.* (to appear).
- [15] SIEGEL, C. L. *Topics in Complex Function Theory*. Vol. II. Wiley Interscience, 1969.
- [16] THURSTON, W. P. *Three-dimensional Geometry and Topology*. Vol. I. Princeton University Press, 1997.
- [17] ZIESCHANG, H., E. VOGT and H.-D. COLDEWEY. *Flächen und ebene diskontinuierliche Gruppen*. Springer LNM 122, 1970.
- [18] ZIESCHANG, H., E. VOGT and H.-D. COLDEWEY. *Surfaces and Planar Discontinuous Groups*. Springer LNM 835, 1980.

(Reçu le 6 janvier 1998; version révisée reçue le 26 octobre 1998)

Paul Schmutz Schaller

Institut de mathématiques

Université de Neuchâtel

Rue Emile-Argand 11

CH-2007 Neuchâtel

Switzerland

e-mail: Paul.Schmutz@maths.unine.ch

vide-leer-empty