

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 45 (1999)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNE MAJORIZATION DE LA LONGUEUR DES POLYNÔMES CYCLOTOMIQUES

Autor: NICOLAS, Jean-Louis / TERJANIAN, Guy

Kurzfassung

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-64451>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

UNE MAJORIZATION DE LA LONGUEUR DES POLYNÔMES CYCLOTOMIQUES

par Jean-Louis NICOLAS et Guy TERJANIAN¹⁾

ABSTRACT. Let us denote by $\beta(m)$ the length of Φ_m , the m -th cyclotomic polynomial, i.e. the sum of the absolute values of its coefficients. We shall prove that for $m \geq 7$ and $m \neq 10$ the following inequality holds: $\beta(m) \leq (\sqrt{2})^{\varphi(m)}$, where φ is the Euler function.

Further, define $P_m(X) = \Phi_m(X) - (X - 1)^{\varphi(m)}$ for $m \geq 2$. We shall deduce from the above inequality that if this polynomial vanishes at some root of unity, then this root of unity is of order 6.

1. INTRODUCTION

Nous noterons φ la fonction d'Euler, μ la fonction de Möbius et Φ_m le m -ième polynôme cyclotomique. On sait que ce polynôme vérifie

$$(1) \quad \Phi_m(X) = \prod_{d|m} (1 - X^{m/d})^{\mu(d)}.$$

Nous définissons les coefficients de Φ_m par

$$(2) \quad \Phi_m(X) = a_{m,0} + a_{m,1}X + \cdots + a_{m,\varphi(m)}X^{\varphi(m)},$$

et nous posons

$$\beta(m) = |a_{m,0}| + |a_{m,1}| + \cdots + |a_{m,\varphi(m)}|.$$

Bateman a donné dans [1] une démonstration très élégante de la majoration

$$(3) \quad \beta(m) \leq m^{\frac{1}{2}d(m)}$$

¹⁾ Recherche partiellement financée par le CNRS, Institut Girard Desargues, UPRES-A 5028 et Laboratoire Émile Picard, UMR 5580.