

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 44 (1998)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES STRUCTURES DE CONTACT DU TORE  $T^5$   
**Autor:** Hadjar, Amine  
**Kurzfassung**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63898>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## SUR LES STRUCTURES DE CONTACT DU TORE $\mathbf{T}^5$

par Amine HADJAR \*)

ABSTRACT. We give an example of a  $\mathbf{T}^2$ -invariant contact form on  $\mathbf{T}^5$  which is transversal to the trivial fibration with circles over  $\mathbf{T}^4$ .

RÉSUMÉ. On donne un exemple de forme de contact sur le tore  $\mathbf{T}^5$ ,  $\mathbf{T}^2$ -invariante et transverse à la fibration triviale en cercles au dessus du tore  $\mathbf{T}^4$ .

D'après Y. Eliashberg et W. Thurston (voir [1]), on sait que sur tout fibré principal en cercles  $M \rightarrow F$  au dessus d'une surface  $F$  de genre non nul, il existe une structure de contact transverse aux fibres<sup>1</sup>). Un exemple simple est le champ de plans défini par la forme différentielle  $d\theta + \cos \theta d\theta_1 + \sin \theta d\theta_2$  sur le tore  $\mathbf{T}^3$ .

Ces auteurs posent le problème d'existence d'une telle structure en dimensions supérieures, et notamment sur le tore  $\mathbf{T}^5$  fibré trivial au dessus de  $\mathbf{T}^4$ .

Dans cette note, on donne une réponse positive: on montre qu'il existe une forme de contact sur le tore  $\mathbf{T}^5$  qui est non seulement transverse aux fibres de la fibration triviale  $\mathbf{T}^5 = S^1 \times \mathbf{T}^4 \rightarrow \mathbf{T}^4$ , mais en plus  $\mathbf{T}^2$ -invariante. L'action de  $\mathbf{T}^2$  considérée est celle du deuxième facteur dans  $\mathbf{T}^3 \times \mathbf{T}^2$ .

1. Le premier exemple de structure de contact sur le tore  $\mathbf{T}^5$  a été donné par R. Lutz (voir [2]). Il s'agit du champ de 4-plans défini par la forme

$$\begin{aligned} \omega_0 = & (\sin \theta \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) d\theta_3 + (\sin \theta \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2) d\theta_4 \\ & + \sin \theta_1 \cos \theta_1 d\theta - \sin \theta \cos \theta d\theta_1 + \cos \theta \cos \theta_1 d\theta_2, \end{aligned}$$

qui est  $\mathbf{T}^2$ -invariante puisque ses dérivées de Lie par rapport aux champs de vecteurs  $\partial/\partial\theta_3$  et  $\partial/\partial\theta_4$  sont nulles. Ici  $\theta$  et les  $\theta_i$  désignent les 5 coordonnées de  $\mathbf{R}^5$ .

\*) Je remercie A. Haefliger pour les discussions fructueuses lors de sa visite à Mulhouse.

<sup>1</sup>) Ce problème est dû à E. Giroux.