

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 44 (1998)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** DIOPHANTINE EQUATION INVOLVING FIFTH POWERS  
**Autor:** Choudhry, Ajai

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63895>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.03.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

We now choose  $p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2$  as follows :

$$(4) \quad \begin{cases} p_1 = a\alpha^5 - b\beta^5, & q_1 = 2a\alpha^4\beta, & r_1 = a\alpha^5 + b\beta^5, \\ p_2 = -c\alpha^5 + d\beta^5, & q_2 = -2c\alpha^4\beta, & r_2 = -c\alpha^5 - d\beta^5. \end{cases}$$

With these values of  $p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2$  (and  $m_1, n_1, m_2, n_2$  arbitrary), we find that the coefficients of  $uv^4$  and  $u^2v^3$  in equation (3) become zero. The coefficient of  $u^3v^2$  in (3) will also vanish if

$$(5) \quad abm_1^3m_2^2(a^2\alpha^{10} - b^2\beta^{10}) - cdm_1^3n_2^2(c^2\alpha^{10} - d^2\beta^{10}) = 0.$$

We accordingly choose

$$(6) \quad \begin{cases} m_1 = n_2, & n_1 = m_2, \\ m_2 = ab(a^2\alpha^{10} - b^2\beta^{10}), & n_2 = cd(c^2\alpha^{10} - d^2\beta^{10}), \end{cases}$$

so that (5) is satisfied. Now, equation (3) has only the terms involving  $u^4v$  and  $u^5$  and it is readily solved to give the following solution for  $u, v$  :

$$(7) \quad \begin{cases} u = -20a^2b\alpha^6m_1^4m_2(a^2\alpha^{10} - b^2\beta^{10}) \\ \quad \quad \quad - 20c^2d\alpha^6n_1^4n_2(c^2\alpha^{10} - d^2\beta^{10}), \\ v = abm_1^5(11a^4\alpha^{20} - 10a^2b^2\alpha^{10}\beta^{10} - b^4\beta^{20}) \\ \quad \quad \quad - cdm_1^5(11c^4\alpha^{20} - 10c^2d^2\alpha^{10}\beta^{10} - d^4\beta^{20}). \end{cases}$$

Thus, a parametric solution of equation (1) in terms of the parameters  $\alpha$  and  $\beta$  is given by (2), where  $m_1, n_1, m_2, n_2$  are defined by (6),  $p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2$  by (4), and  $u, v$  by (7).

As a numerical example, when  $a = 1, b = 2, c = 3, d = 6$ , taking  $\alpha = 1, \beta = 2$ , we get the following solution of (1):

$$\begin{aligned} (X_1, X_2, X_3, X_4) &= (1955587, 2963474, 121184667, 242404434), \\ (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) &= (1022467, 2992634, 121219227, 242403354). \end{aligned}$$

#### REFERENCES

- [1] CHOUDHRY, A. The diophantine system  $\sum_{i=1}^4 x_i^r = \sum_{i=1}^4 y_i^r, r = 1, 3, 5$ . *Bull. Calcutta Math. Soc.* 83 (1991), 85–86.
- [2] LANDER, L. J. Geometric aspects of diophantine equations involving equal sums of like powers. *Amer. Math. Monthly* 75 (1968), 1061–1073.

- [3] LANDER, L.J., T.R. PARKIN and J.L. SELFRIDGE. A survey of equal sums of like powers. *Math. Comp.* 21 (1967), 446–459.

(Reçu le 5 décembre 1997)

Ajai Choudhry

Embassy of India  
Kantari Street, Sahmarani Building  
P.O. Box No. 113-5240  
Beirut  
Lebanon  
*e-mail*: indembei@dm.net.lb

**Vide-leer-empty**