

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 43 (1997)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LA SOMMATION DE RAMANUJAN  
**Autor:** Candelpergher, B. / Coppo, M. A. / Delabaere, E.  
**Kapitel:** 7.1. Notations  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63274>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## 7. APPENDICE : TRANSFORMATION DE LAPLACE-BOREL

Dans cet appendice, on donne une présentation de la transformation de Laplace-Borel bien adaptée au cadre de cet article. Pour un exposé plus systématique, le lecteur pourra se référer par exemple à [M].

## 7.1. NOTATIONS

Soit  $U$  un voisinage sectoriel de l'infini d'ouverture  $\geq \pi$  du plan  $\mathbf{C}$  de la variable complexe  $x$ . Nous désignons par  $\mathcal{O}(U)$  l'algèbre des fonctions holomorphes dans l'ouvert  $U$  du plan complexe.

Nous dirons que  $a \in \mathcal{O}(U)$  est de *type exponentiel*  $r \geq 0$  dans  $U$  si pour tout  $\epsilon > 0$  et pour tout demi-plan fermé  $S \in U$  il existe une constante  $C = C(S, \epsilon) > 0$  telle que pour tout  $x \in S$ , on ait la majoration :

$$|a(x)| \leq Ce^{(r+\epsilon)|x|}.$$

L'ensemble des fonctions  $a \in \mathcal{O}(U)$  de type exponentiel  $r \geq 0$  dans  $U$  forme un espace vectoriel que nous noterons  $\mathcal{O}(U)^{\exp(r)}$ . L'ensemble des fonctions  $a \in \mathcal{O}(U)$  de type exponentiel quelconque forme quant à lui une algèbre que l'on note  $\mathcal{O}(U)^{\exp}$ .

## 7.2. TRANSFORMATION DE BOREL

## 7.2.1. Transformée de Borel

Soit  $P$  l'ouvert du plan complexe défini par  $P := \{x \mid \Re(x) > 0\}$ . Considérons l'application analytique  $x \mapsto a(x)$  que l'on suppose appartenir à l'espace vectoriel  $\mathcal{O}(P)^{\exp(r)}$  ( $r \geq 0$ ). Soit dans ces conditions  $d$  une demi-droite (orientée vers l'infini) dans l'ouvert  $P$ . On définit la *transformée de Borel*  $\mathcal{B}_d$  associée à  $d$  par :

$$\mathcal{B}_d(a)(\xi) = -\frac{1}{2i\pi} \int_d e^{x\xi} a(x) dx.$$

Pour fixer les idées, on notera  $k$  l'origine de la demi-droite d'intégration et l'on supposera que  $k \in ]0, 1]$ . On identifiera la direction à l'infini de cette demi-droite  $d = d(\theta)$  via son angle polaire  $\theta$ ,  $|\theta| \leq \pi/2$ . La transformée de Borel  $\mathcal{B}_d(a)$  s'écrit alors

$$-\frac{1}{2i\pi} \int_{d(\theta)} e^{x\xi} a(x) dx = -\frac{1}{2i\pi} e^{k\xi} \int_0^{+\infty} e^{te^{i\theta}\xi} a(k + te^{i\theta}) e^{i\theta} dt.$$