

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 43 (1997)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** PARAMETRIZED PLANE CURVES, MINKOWSKI CAUSTICS,  
MINKOWSKI VERTICES AND CONSERVATIVE LINE FIELDS

**Autor:** TABACHNIKOV, Serge

#### Bibliographie

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63268>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 19.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

It is a pleasure to acknowledge the hospitality of the Max-Planck-Institut für Mathematik in Bonn. The research was supported in part by NSF grant DMS-9402732.

**ADDED IN PROOF.** A higher dimensional analog of conservative transverse line fields is studied in the author's paper "Exact transverse line fields and projective billiards in a ball", to appear in "Geometric and Functional Analysis".

## REFERENCES

- [A 1] ARNOLD, V. *Topological Invariants of Plane Curves and Caustics*. University Lecture Series, v. 5, AMS, 1994.
- [A 2] —— *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer-Verlag, 1989.
- [A 3] —— Contact geometry and wave propagation. *L'Enseign. Math.* 36 (1990), 215–266.
- [A 4] —— On the number of flattening points on space curves. *AMS Transl.* 171 (1996), 11–22.
- [A 5] —— The geometry of spherical curves and the algebra of quaternions. *Russ. Math. Surv.* 50, No. 1 (1995), 3–68.
- [B1 1] BLASCHKE, W. *Kreis und Kugel*. Leipzig, 1916.
- [B1 2] —— *Vorlesungen über Differentialgeometrie II*. Springer-Verlag, 1923.
- [Bu] BUSEMAN, H. The foundations of Minkowskian geometry. *Comm. Math. Helv.* 24 (1950), 156–187.
- [Ge] GERICKE, H. Zur Relativ-Geometrie ebener Kurven. *Math. Zeitschr.* 47 (1942), 215–228.
- [Gu 1] GUGGENHEIMER, H. Sign changes, extrema, and curves of minimal order. *J. Diff. Geom.* 3 (1969), 511–521.
- [Gu 2] —— On plane Minkowski geometry. *Geom. Dedicata* 12 (1982), 371–381.
- [G-M-O] GUIEU, L., E. MOURRE and V. OVSIENKO. Theorem on six vertices of a plane curve via the Sturm theory. *The Arnold-Gelfand Mathematical Seminars*, Birkhäuser, 1997, 257–266.
- [G-O] GUIEU, L. and V. OVSIENKO. Caustique affine et caustique gravitationnelle d'une courbe plane. In preparation.
- [He 1] HEIL, E. Der Vierscheitelsatz in Relativ- und Minkowski-Geometrie. *Monatsh. für Math.* 74 (1970), 97–107.

- [He 2] HEIL, E. Verschärfungen des Vierscheitelsatzes und ihre relativ-geometrischen Verallgemeinerungen. *Math. Nachrichten* 45 (1970), 227–241.
- [Ru] RUND, H. *The Differential Geometry of Finsler Spaces*. Springer-Verlag, 1959.
- [Su] SÜSS, W. Zur relativen Differentialgeometrie : I. Über Eilinien und Eiflächen in der elementaren und affinen Differentialgeometrie. *Japan J. Math.* 4 (1927), 57–75.
- [T 1] TABACHNIKOV, S. The four-vertex theorem revisited — two variations on the old theme. *Amer. Math. Monthly* 102 (1995), 912–916.
- [T 2] —— Introducing projective billiards. *Ergodic Th. and Dynam. Syst.*, to appear.

(Reçu le 13 mars 1996)

Serge Tabachnikov

MPIM  
 53225 Bonn  
 Germany (tabachnikov@mpim-bonn.mpg.de)  
 and  
 Department of Mathematics  
 University of Arkansas  
 Fayetteville AR 72701  
 U.S.A.  
 (serge@comp.uark.edu)