Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 42 (1996)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: MOYENNES SUR CERTAINS ENSEMBLES DE DIVISEURS D'UN ENTIER

Autor: De Koninck, Jean-Marie / Grah, Jacques

Kurzfassung

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-87873

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 42 (1996), p. 97-123

MOYENNES SUR CERTAINS ENSEMBLES DE DIVISEURS D'UN ENTIER

par Jean-Marie DE KONINCK et Jacques GRAH[1])

ABSTRACT. Given an arithmetical function f, we examine the average value of $f(d)$ as d runs through subsets of the divisors d of an integer n. In particular, we study the functions $\bar{f}(n) = \frac{1}{\tau(n)} \sum_{d \mid n} f(d)$, $\hat{f}(n) = \frac{1}{2^{\omega(n)}} \sum_{\substack{d \mid n \\ d \text{ squarefree}}} f(d)$ and $\tilde{f}(n) = \frac{1}{2^{\omega(n)}} \sum_{\substack{d \mid n \\ (d, n/d) = 1}} f(d)$, where $\tau(n)$ is the number of divisors of n and $\omega(n)$ stands for the number of distinct prime factors of n, and show that their arithmetic properties resemble those of f.

1. INTRODUCTION

Soit $\mathbf{F}$ l'ensemble des fonctions arithmétiques. On dit que $f \in \mathbf{F}$ est *additive* si $f(mn) = f(m) + f(n)$ lorsque $(m, n) = 1$. Si $n = q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} \dots q_r^{\alpha_r}$ est la décomposition canonique de n, alors les fonctions $\omega(n) = \sum_{p \mid n} 1 = r$, $\Omega(n) = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i$ et $\log n$ sont additives. Lorsque l'égalité $f(mn) = f(m) + f(n)$ est valable pour tous les entiers positifs m et n, on dit que f est *totalement additive*. Si en plus d'être additive, f satisfait $f(p^\alpha) = f(p)$ pour chaque nombre premier p et tout $\alpha \in \mathbf{N}$, on qualifie f de *fortement additive*.

Une fonction $f \in \mathbf{F}$ est dite *multiplicative* si $f(mn) = f(m) f(n)$ lorsque $(m, n) = 1$. C'est le cas des fonctions $\lambda(n) = (-1)^{\Omega(n)}$, $\tau(n) = \prod_{i=1}^{r} (\alpha_i + 1)$, $\phi(n) = \sum_{\substack{m \leqslant n \\ (m,n)=1}} 1$, $\sigma(n) = \sum_{d \mid n} d$, $1(n) = 1 \; \forall n \geqslant 1$, $\delta(n) = q_1 q_2 \dots q_r$ (qu'on

[1]) Travail supporté en partie par une subvention du CRSNG et une subvention du programme FCAR. 1991 Mathematics Subject Classification: 11A25, 11N37.