

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 42 (1996)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: THE ZERO-IN-THE-SPECTRUM QUESTION
Autor: LOTT, John

Kurzfassung

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-87882>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 13.03.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

THE ZERO-IN-THE-SPECTRUM QUESTION

by John LOTT

ABSTRACT. This is an expository article on the question of whether zero lies in the spectrum of the Laplace-Beltrami operator acting on differential forms on a manifold.

1. INTRODUCTION

Let M be a complete connected oriented Riemannian manifold. The Laplace-Beltrami operator Δ_p acts on the square-integrable p -forms on M . We asked the following question in 1991 :

ZERO-IN-THE-SPECTRUM QUESTION. Is zero always in the spectrum of Δ_p for some p ?

To our knowledge, nobody has found a counterexample. The question was also raised by Gromov in the case of a contractible manifold with a discrete cocompact group of isometries ([15], p. 21).

Being able to answer the above question is a first step toward understanding the spectrum of the Laplace-Beltrami operator. We would also like to be able to say whether or not zero is in the spectrum of Δ_p for a given p . This problem is partly topological in nature and partly geometric, in a sense which will be made precise later. In fact, it is equivalent to knowing the (unreduced) L^2 -cohomology of M . The study of L^2 -cohomology touches on many branches of mathematics, including combinatorial group theory, topology, differential geometry and algebraic geometry. It is most commonly considered when M is the universal cover of a compact manifold or when M is a finite-volume