Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 41 (1995)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: FORMES QUADRATIQUES DEVENANT ISOTROPES SUR UNE

EXTENSION

Autor: Bayer-Fluckiger, Eva

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-61819

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Finalement, remarquons que le cas des corps de nombres totalement imaginaires est beaucoup plus simple :

PROPOSITION. Soit k un corps de nombres totalement imaginaire. Alors

$$p'(k(X_1, ..., X_m)) = 2, 3 \text{ ou } 5,$$

quel que soit $m \geqslant 1$.

En effet, si k est totalement imaginaire, alors s(k) = 1, 2 ou 4 (voir par exemple [4], chap. XI). Comme tout élément d'un corps de caractéristique différente de 2 peut s'écrire comme différence de deux carrés, on a $p(k(X_1, ..., X_m)) \le 5$, quel que soit m. Le lemme suivant montre que si $p(k(X_1, ..., X_m)) = 4$, alors $p'(k(X_1, ..., X_m)) \le 3$. Ceci démontre la proposition.

LEMME. Soit F un corps de caractéristique différente de 2. Alors

$$D_F(4) \subset D_F(3) \cdot D_F(3) \subset \langle D_F(3) \rangle$$
.

Soit H = (-1, -1) l'algèbre de quaternions de Hamilton sur F. Soit H' le sous-groupe additif des quaternions purs de H. Notons N la norme réduite. Alors $N(H) = D_F(4)$, $N(H') = D_F(3)$. Pour démontrer le lemme, il suffit donc de vérifier que pour tout $a \in H$, il existe $b \in H'$ tel que $ab \in H'$. Mais cette condition consiste en une équation linéaire en trois variables, laquelle a toujours une solution.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] COLLIOT-THÉLÈNE, J.-L. et U. JANNSEN. Sommes de carrés dans les corps de fonctions. C. R. Acad. Sci. Paris 312 (1991), 759-762.
- [2] GILLE, Ph. R-équivalence et principe de norme en cohomologie galoisienne. C. R. Acad. Sci. Paris 316 (1993), 315-320.
- [3] KNEBUSCH, M. Specialization of quadratic and symmetric bilinear forms, and a norm theorem. *Acta Arithmetica 24* (1973), 279-299.
- [4] LAM, T.Y. Algebraic Theory of Quadratic Forms. Benjamin (1973).
- [5] MERKURJEV, A. Norm principle for algebraic groups. Journal Algebra and Analysis, à paraître.
- [6] R-equivalence on adjoint classical groups. Notes manuscrites, octobre 1993.
- [7] SCHARLAU, W. Quadratic and Hermitian Forms. Grundlehren Math. Wiss 270, Springer-Verlag (1985).

- [8] Springer, T. Sur les formes quadratiques d'indice zéro. C. R. Acad. Sci. Paris 234 (1952), 1517-1519.
- [9] WITT, E. Verschiedene Bemerkungen zur Theorie der quadratischen Formen über einem Körper. Colloque d'Algèbre Supérieure, Bruxelles (1956), 245-250.
- [10] Die Sätze von Artin-Springer und Knebusch. Collected Papers. Springer-Verlag (à paraître).

(Reçu le 18 avril 1994)

Eva Bayer-Fluckiger

U.R.A. 741 du CNRS Laboratoire de Mathématiques Faculté des Sciences Université de Franche-Comté 16, route de Gray 25030 Besançon France e-mail: bayer@grenet.fr