

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 41 (1995)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** STRUCTURE CONFORME AU BORD ET FLOT GÉODÉSIQUE D'UN  
CAT(- 1)-ESPACE  
**Autor:** Bourdon, Marc  
**Kapitel:** 2.9. Le paramétrage de Hopf de  $E, \Phi_T$   
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-61817>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 05.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$$(2.8.5) \quad \begin{aligned} W^{ss}(\gamma) &= \{\eta \in G\Lambda \mid \eta(0) \in H_{\gamma(0), \gamma(+\infty)}, \eta(+\infty) = \gamma(+\infty)\} \\ W^{uu}(\gamma) &= \{\eta \in G\Lambda \mid \eta(0) \in H_{\gamma(0), \gamma(-\infty)}, \eta(-\infty) = \gamma(-\infty)\}. \end{aligned}$$

Observons qu'ils sont canoniquement homéomorphes à  $\Lambda$  privé d'un point. On définit les sous-ensembles fortement stables et instables de  $(\mathcal{E}, \Phi_T)$  par:

2.8.6. DÉFINITION. Soit  $\pi$  la projection de  $G\Lambda$  sur  $\mathcal{E}$ , alors:

$$\begin{aligned} W^{ss}(\pi(\gamma)) &= \pi(W^{ss}(\gamma)) \\ W^{uu}(\pi(\gamma)) &= \pi(W^{uu}(\gamma)). \end{aligned}$$

Le sous-ensemble faiblement stable (resp. instable) de  $G\Lambda$  en  $\gamma$ , est la réunion des sous-ensembles fortement stables (resp. instables), le long de l'orbite de  $\gamma$  sous  $\Phi_T$ . En d'autres termes:

$$\begin{aligned} W^s(\gamma) &= \bigcup_{T \in \mathbf{R}} W^{ss}(\Phi_T(\gamma)) = \{\eta \in G\Lambda \mid \eta(+\infty) = \gamma(+\infty)\} \\ W^u(\gamma) &= \bigcup_{T \in \mathbf{R}} W^{uu}(\Phi_T(\gamma)) = \{\eta \in G\Lambda \mid \eta(-\infty) = \gamma(-\infty)\}. \end{aligned}$$

De même, sont définis les sous-ensembles faiblement stables et instables de  $\mathcal{E}$ . D'après la définition 2.8.6, ils sont correspondance avec ceux de  $G\Lambda$ , via la projection de  $G\Lambda$  sur  $\mathcal{E}$ .

### 2.9. LE PARAMÉTRAGE DE HOPF DE $(\mathcal{E}, \Phi_T)$

Choisissons une origine  $x$  dans  $X$ . Soit  $\Delta$  la diagonale de  $\Lambda \times \Lambda$ . On définit une application de  $(\Lambda \times \Lambda - \Delta) \times \mathbf{R}$  dans  $G\Lambda$ , de la manière suivante: à

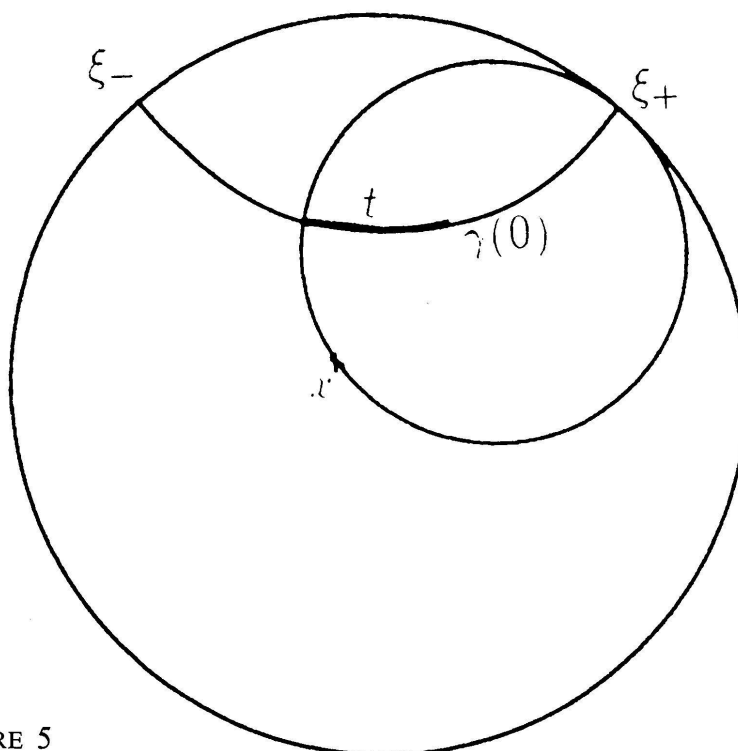


FIGURE 5

l'élément  $(\xi_-, \xi_+, t)$  de  $(\Lambda \times \Lambda - \Delta) \times \mathbf{R}$ , associons l'unique élément  $\gamma$  de  $G\Lambda$  vérifiant (voir figure 5):

$$(2.9.1) \quad \gamma(-\infty) = \xi_-, \gamma(+\infty) = \xi_+, B_{\xi_+}(x, \gamma(0)) = t.$$

Le lecteur vérifiera aisément que l'application ainsi définie est un homéomorphisme. Notons que dans ces coordonnées  $\Phi_T$  s'écrit:

$$(2.9.2) \quad \Phi_T(\xi_-, \xi_+, t) = (\xi_-, \xi_+, t + T).$$

Notons également que les sous-ensembles fortement stables du flot ont pour coordonnées (voir 2.8.5):

$$(2.9.3) \quad \{(\xi_-, \xi_+, t), \xi_- \in \Lambda - \{\xi_+\}\}.$$

Par ailleurs, en coordonnées l'action de  $\Gamma$  s'écrit:

$$(2.9.4) \quad g(\xi_-, \xi_+, t) = (g\xi_-, g\xi_+, t - B_{\xi_+}(x, g^{-1}x)).$$

Aussi, on obtient un homéomorphisme:

$$(2.9.5) \quad (\Lambda \times \Lambda - \Delta) \times \mathbf{R} / \sim \rightarrow \mathcal{E}$$

en définissant la relation d'équivalence suivante sur  $(\Lambda \times \Lambda - \Delta) \times \mathbf{R}$ :

$$(\xi_-, \xi_+, t) \sim (\xi'_-, \xi'_+, t')$$

si et seulement si, il existe  $g \in \Gamma$  tel que:

$$\xi'_- = g\xi_-, \xi'_+ = g\xi_+, t' = t - B_{\xi_+}(x, g^{-1}x).$$

## 2.10. MESURE D'ENTROPIE MAXIMALE

On rappelle ici une construction de la mesure d'entropie maximale du flot géodésique, due à D. Sullivan ([Su], [Su2]), dans le cas des groupes convexes cocompacts d'isométries de  $\mathbf{H}_{\mathbf{R}}^n$ , puis généralisée par V. Kaimanovich [K].

Soit  $x$  un élément de  $X$ , et soit respectivement  $\tau$  et  $\nu_x$  la dimension et la mesure de Hausdorff de  $(\Lambda, d_x)$  (voir 2.7). La mesure:

$$(2.10.1) \quad \mu = \frac{\nu_x \times \nu_x}{[d_x(\xi, \xi')]^{2\tau}}$$

est une mesure de Radon sur  $\Lambda \times \Lambda - \Delta$ . Elle est indépendante de  $x$  et  $\Gamma$ -invariante. En effet  $\{\nu_x, \nu \in X\}$  est une mesure  $\tau$ -conforme (voir 2.7.4), de plus d'après 2.4.2 et 2.7.1:

$$d_y(\xi, \xi') = d_x(\xi, \xi') [p(x, y, \xi) p(x, y, \xi')]^{1/2}.$$