

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 41 (1995)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** DENSITÉ DANS DES FAMILLES DE RÉSEAUX. APPLICATION AUX RÉSEAUX ISODUAUX  
**Autor:** Bergé, Anne-Marie / Martinet, Jacques  
**Kurzfassung**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-61830>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## DENSITÉ DANS DES FAMILLES DE RÉSEAUX. APPLICATION AUX RÉSEAUX ISODUAUX

par Anne-Marie BERGÉ et Jacques MARTINET<sup>1</sup>

**RÉSUMÉ.** On s'intéresse dans cet article à la densité des empilements de sphères associés à des familles de réseaux qui se déduisent de l'un d'entre eux par l'action d'un sous-groupe fermé du groupe linéaire. La théorie des groupes de Lie permet de donner une caractérisation à la Voronoï des maxima locaux de densité, recouvrant de très nombreuses situations étudiées auparavant. On applique ensuite ces méthodes à l'étude des réseaux isoduaux récemment définis par Conway et Sloane.

**ABSTRACT.** We study in this paper the density of sphere packings arising from families of lattices which consist in the orbit of one of them under the action of a closed subgroup of the linear group. The theory of Lie groups yields a characterization “à la Voronoï” of the local maxima of density which contains many previously known examples. These methods are then applied to isodual lattices, recently defined by Conway and Sloane.

### 1. INTRODUCTION

Soit  $E$  un espace euclidien de dimension  $n$ , et soit  $\mathcal{R}$  l'espace des réseaux de  $E$ , muni de la topologie pour laquelle un système fondamental de voisinages d'un réseau  $L$  s'obtient en associant à tout voisinage  $\mathcal{V}$  de  $\text{Id}$  dans  $\text{Gl}(E)$  l'ensemble des réseaux  $u(L)$ ,  $u \in \mathcal{V}$ . Pour  $x \in E$ , la *norme* de  $x$  est  $N(x) = x \cdot x$  (le carré de la norme euclidienne). A toute base  $\mathcal{B} = (e_1, e_2, \dots, e_n)$  de  $E$ , on associe sa *matrice de Gram*  $\text{Gram}(\mathcal{B}) = ((e_i \cdot e_j))$ . L'invariant d'Hermite d'un réseau  $L$  est  $\gamma(L) = N(L) \det(L)^{-1/n}$ , où  $N(L) = \inf_{x \in L, x \neq 0} N(x)$  est la *norme* ou *minimum* de  $L$  et  $\det(L)$  est le *déterminant* de  $L$  (déterminant de la matrice de Gram d'une base de  $L$ );  $\gamma(L)$  ne dépend que de la classe de similitude de  $L$ , et  $\gamma^{n/2}(L)$  est proportionnel à la densité de l'empilement de sphères associé à  $L$ ;  $\gamma_n = \sup_{L \in \mathcal{R}} \gamma(L)$  est la *constante d'Hermite pour la dimension n*.

<sup>1</sup> Membres du laboratoire U.M.R. 9936 du C.N.R.S.