Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 40 (1994)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ENUMERATIVE COMBINATORICS AND CODING THEORY
Autor: Eliahou, Shalom
Kapitel: 2. Coding theory
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-61109

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

where $\hat{f} = (x_0 + 1)^2 + (f_1 + x_0 f_2)^2$. Of course, all coefficients of $\hat{f}$ are non-negative, as desired.

Finally, we may assume that all monomials in f are square-free, by removing any square in any monomial if necessary. The values assumed by f on binary points will not be altered, for if u, v are monomials, then $u^2 v - v$ takes the constant value 0 on $\{1, -1\}^n$.

2. Coding theory

To fix the notation and terminology, we briefly recall a few notions from coding theory. For more information, see [MS].

Consider the vector space $\mathbf{F}_2^N$ with its canonical basis fixed. The *(Hamming) weight* $|z|$ of a vector $z \in \mathbf{F}_2^N$ is the number of non-zero coordinates of z. A *binary linear code* (or *code,* for short) is a vector subspace C of $\mathbf{F}_2^N$. The integer N is called the *length* of C. The *weight enumerator* of C is the polynomial

$$P_C(T) = \sum_{z \in C} T^{|z|} .$$

A *generator matrix* for C is a $k \times N$ matrix G over $\mathbf{F}_2$ whose rows span C. A *parity check matrix* for C is an $(N-k) \times N$ matrix H over $\mathbf{F}_2$ such that

$$C = \{z \in \mathbf{F}_2^N, \quad H \cdot z^{\top} = 0\} .$$

Equivalently, C is the kernel of the map $h : \mathbf{F}_2^N \to \mathbf{F}_2^{N-k}$ whose matrix in the standard bases is H. The *dual* of C is the space

$$C^{\perp} = \{y \in \mathbf{F}_2^N \mid y \cdot z = 0 \text{ for all } z \in C\} ,$$

where $y \cdot z$ denotes the usual dot product of y and z with value in $\mathbf{F}_2$. We have:

$$\dim C^{\perp} = N - \dim C, \text{ and } C^{\perp\perp} = C .$$

A binary matrix H is a generator matrix for C if and only if it is a parity check matrix for $C^{\perp}$. Finally, the weight enumerator of C determines the weight enumerator of its dual $C^{\perp}$ by the *MacWilliams identity* [M]:

$$P_{C^{\perp}}(T) = \frac{1}{|C|} \cdot (1+T)^N \cdot P_C\left(\frac{1-T}{1+T}\right) .$$