

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 40 (1994)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNIMODULAR LATTICES WITH A COMPLETE ROOT SYSTEM
Autor: Kervaire, Michel
Bibliographie

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-61105>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 19.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

(4)

8A₄

Let $e_1 = (1, 0, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1, 0)$, $e_4 = (0, 0, 0, 1)$. Any metabolizer must have a basis of the form $\{e_i + v_i, i = 1, 2, 3, 4\}$ for some vectors $v_i \in \mathbf{F}_5^4$ of weight 3 or 4.

Hence, we may assume that the first basis vector is either $s_1 = e_1 + (1, 1, 1, 1)$ or $t_1 = e_1 + (0, 1, 2, 2)$.

If we start with s_1 , there are essentially only 2 ways of completing s_1 to an admissible metabolizer with 3 vectors forming with s_1 the rows of the matrix S exhibited in the table and the matrix S' :

$$S' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

If we start with t_1 there is essentially only one way to complete to a metabolizer:

$$S'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

All these metabolizers are equivalent. The permutation ρ defined by

$$\rho(x_0, \dots, x_7) = (x_4, x_1, x_2, -x_3, x_7, x_5, x_6, x_0)$$

sends S' to S and σ defined by

$$\sigma(x_0, \dots, x_7) = (x_5, x_1, x_4, x_0, x_7, x_2, x_3, x_6)$$

sends S'' to S .

Thus the lattice described by the filling set S is the only one with the root system **8A₄**.

BIBLIOGRAPHY

- [B] BOURBAKI, N. *Groupes et Algèbres de Lie*, Chap. VI, Hermann, 1968.
- [CP] CONWAY, J. and V. PLESS. On the enumeration of self-dual codes. *J. Comb. Th. Ser. A* 28 (1980), 26-53.
- [CPS] CONWAY, J., V. PLESS and N. SLOANE. Self-dual codes over GF(3) and GF(4) of length not exceeding 16. *IEEE Trans. on Inform. Th.*, Vol. IT-25 (1979), 312-322.

- [KV] KOCH, H. and B. VENKOV. Über ganzzahlige unimodulare euklidische Gitter.
J. reine angew. Math. 398 (1989), 144-168.
- [Kn] KNESER, M. Klassenzahlen definiter quadratischer Formen. *Arch. Math.* 8 (1957), 241-250.
- [MH] MILNOR, J. and D. HUSEMÖLLER. *Symmetric bilinear forms*. Ergebnisse der Math., Bd. 73, Springer Verlag, 1973.
- [N] NIEMEIER, H.-V. Definite quadratische Formen der Dimension 24 und Diskriminante 1. *J. Number Th.* 5 (1973), 142-178.
- [Sch] SCHARLAU, W. *Quadratic and Hermitian Forms*. Grundlehren der Math. Wiss., 270, Springer, 1985.
- [Se] SERRE, J.-P. *Cours d'Arithmétique*. P.U.F., 1970.

(Reçu le 31 août 1993)

Michel Kervaire

Institut de Mathématiques
Université de Genève
Case Postale 240
1211 Genève 24