

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 39 (1993)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** QUICK LOWER BOUNDS FOR REGULATORS OF NUMBER FIELDS  
**Autor:** Skoruppa, Nils-Peter

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-60417>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

where

$$f_j(t) = \begin{cases} 2^{s-1} \Gamma(s) J_{s-1}(t) / t^{s-1} & \text{for real } |\cdot|_j \\ 2^{2s-1} \Gamma(2s) J_{2s-1}(\sqrt{t}) / t^{\frac{2s-1}{2}} & \text{for complex } |\cdot|_j. \end{cases}$$

Here  $J_s(t)$  denotes the J-Bessel function of order  $s$ . Then  $(1 + \Theta_1)\delta$  is still increasing in each argument, as can be proved by Poisson summation. The integral of  $\Theta_1 \delta^u$ , taken over  $G/V$  for any  $1 < u < s + \frac{1}{2}$ , equals  $Z_1(u)$

where  $Z_1(u)$  is defined as  $Z(u)$  but with  $\gamma(u)$  replaced by

$$\gamma_1(u) = \left( 2^{u-1} \Gamma(s) \Gamma\left(\frac{u}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{2s-u}{2}\right) \right)^{r_1} \left( 2^{2u} \Gamma(2s) \Gamma(u) / \Gamma(2s-u) \right)^{r_2}.$$

The same reasoning as above will lead then to a lower bound for  $R/w$  as in the theorem, but with  $\gamma$  replaced by  $\gamma_1$ .

The inequality (1) remains true if one replaces  $Z(s)$  by the product of any partial Dedekind zeta function of  $K$  and  $\gamma(s)$ . It also remains true if  $Z(s)$  is replaced by the (proper) Dedekind zeta function and  $R/w$  is multiplied by the class number of  $K$ . As was pointed out by W. Kohnen it might be interesting to study these inequalities for special classes of fields like, for instance, abelian fields, where the Dedekind zeta function is of a rather simple shape.

#### REFERENCES

- [F-S] FRIEDMAN, E. and N.-P. SKORUPPA. Lower bounds for the  $L^p$ -norm in terms of the Mellin transform. To appear in *Bull. London Math. Soc.* (1993).
- [H] HECKE, E. Über die Zetafunktion beliebiger algebraischer Zahlkörper. *Mathematische Werke*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1959, pp. 159-171.
- [Z] ZIMMERT, R. Ideale kleiner Norm in Idealklassen und eine Regulatorabschätzung. *Invent. Math.* 62 (1981), 367-380.

(Reçu le 23 avril 1992)

Nils-Peter Skoruppa

Max-Planck-Institut für Mathematik

Gottfried-Claren-Strasse 26

D-W-5300 Bonn 3, FRG

E-mail address: nils@mpim-bonn.mpg.de

**Vide-leer-empty**