

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 39 (1993)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** GÈBRES  
**Autor:** Serre, Jean-Pierre  
**Kapitel:** §2  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-60413>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

b) On suppose que  $K$  est un anneau de Dedekind. Montrer que tout comodule  $E$  de type fini est quotient d'un comodule  $F$  qui est projectif de type fini. (Utiliser a) en prenant pour  $V$  un module libre de sorte que  $F$  soit sans torsion.)

## § 2

1) Soit  $x \in C$  tel que  $d_E(x) = x \otimes x$  et  $e(x) = 1$ . On note  $K_x$  le module  $K$  muni de la structure de comodule définie par

$$y \mapsto x \otimes y.$$

Prouver l'équivalence des propriétés suivantes:

- a)  $K_x$  est le seul objet simple de  $\text{Com}_C^f$  (à isomorphisme près).
- b) Toute sous-cogèbre de  $C$  non réduite à 0 contient  $x$ .
- c) Le comodule  $C$  est extension essentielle du sous-comodule  $Kx$  (i.e. tout sous-comodule de  $C$  différent de 0 contient  $x$ ).
- d) L'algèbre profinie  $A$  duale de  $C$  est un anneau local d'idéal maximal le noyau de l'homomorphisme  $a \mapsto \langle x, a \rangle$  de  $A$  dans  $K$ .

[Noter que c) signifie ceci: le comodule  $C$  est *l'enveloppe injective* du comodule simple  $Kx$ .]

## § 3

1) Avec les notations du n° 3.4, montrer sans utiliser la prop. 4 que la formule (iii) est conséquence des formules (i) et (ii).

2) Les notations étant celles du n° 3.4, on suppose  $K$  parfait. Soit  $g$  un automorphisme du foncteur  $v$ . Pour tout objet  $E$  de  $\text{Com}_C^f$ , soit  $s_E$  (resp.  $u_E$ ) la composante semi-simple (resp. unipotente) de  $g(E)$ . Montrer que  $E \mapsto s_E$  et  $E \mapsto u_E$  sont des automorphismes du foncteur  $v$ . Si  $g$  vérifie les relations (i) et (ii), montrer qu'il en est de même pour  $s$  et  $u$ . Déduire de là la décomposition des éléments de  $G(K)$  en produits d'éléments semi-simples et unipotents commutant entre eux (dans le cas où  $G$  est un schéma en groupes).