

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 39 (1993)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNE VERSION NON COMMUTATIVE DES ALGÈBRES DE LIE: LES ALGÈBRES DE LEIBNIZ
Autor: Loday, Jean-Louis
Kapitel: 3. DÉRIVATIONS ET BIDÉRIVATIONS
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-60428>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

3. DÉRIVATIONS ET BIDÉRIVATIONS

3.1. *Définitions.* Soit \mathfrak{g} une algèbre de Leibniz. Une *dérivation* $d: \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$ est une application k -linéaire qui vérifie

$$d([x, y]) = [dx, y] + [x, dy], \quad \text{pour tout } x, y \in \mathfrak{g}.$$

Une *anti-dérivation* $D: \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$ est une application k -linéaire qui vérifie

$$D([x, y]) = [Dx, y] - [Dy, x] \quad \text{pour tout } x, y \in \mathfrak{g}.$$

Notons que si \mathfrak{g} est une algèbre de Lie il n'y a pas de différence entre dérivation et anti-dérivation.

Par définition, une *bidérivation* de \mathfrak{g} est la donnée d'une dérivation d et d'une anti-dérivation D qui vérifient en outre

$$(3.1.1) \quad [x, dy] = [x, Dy], \quad \text{pour tout } x, y \in \mathfrak{g}.$$

3.2. *Bidérivation intérieure.* Pour tout $x \in \mathfrak{g}$ l'application $\text{ad}(x)$ définie par $\text{ad}(x)(y) = -[y, x]$ est une dérivation et l'application $\text{Ad}(x)$ définie par $\text{Ad}(x)(y) = [x, y]$ est une anti-dérivation. De plus, $(\text{ad}(x), \text{Ad}(x))$ est une bidérivation (cf. 1.1) appelée la *bidérivation intérieure* associée à x .

3.3. *L'algèbre de Leibniz Bider (\mathfrak{g}).* L'ensemble des bidérivations de \mathfrak{g} forme un k -module que l'on munit d'un crochet en posant

$$[(d, D), (d', D')] = (dd' - d'd, Dd' - d'D).$$

On peut montrer que, non seulement le membre de droite est bien une bidérivation, mais de plus ce crochet vérifie la relation (L). On a ainsi construit l'algèbre de Leibniz des bidérivations de \mathfrak{g} , que l'on note $\text{Bider}(\mathfrak{g})$. On vérifie aisément que

$$\mathfrak{g} \rightarrow \text{Bider}(\mathfrak{g}), \quad x \mapsto (\text{ad } x, \text{Ad } x)$$

est un morphisme d'algèbres de Leibniz.

4. EXTENSIONS ABÉLIENNES D'ALGÈBRES DE LEIBNIZ ET REPRÉSENTATIONS

Une *algèbre de Leibniz abélienne* est tout simplement une algèbre de Lie abélienne (i.e. $[x, y] = 0$). Par définition une *extension abélienne* d'algèbres de Leibniz est une suite d'algèbres de Leibniz

$$0 \rightarrow M \rightarrow \mathfrak{h} \rightarrow \mathfrak{g} \rightarrow 0$$