

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 39 (1993)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** UNE VERSION NON COMMUTATIVE DES ALGÈBRES DE LIE: LES  
ALGÈBRES DE LEIBNIZ  
**Autor:** Loday, Jean-Louis  
**Kapitel:** 1. Algèbres de Leibniz  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-60428>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

penser que si la théorie *HL* existe pour les groupes, alors il existe une classe plus vaste d'objets (coquecigrues) sur laquelle elle est définie. Tout reste à faire dans cette direction.

Dans toute la suite  $k$  est un anneau commutatif. On sera amené parfois à supposer que c'est un corps.

## 1. ALGÈBRES DE LEIBNIZ

Par définition une *algèbre de Leibniz droite* sur  $k$  est la donnée d'un  $k$ -module  $\mathfrak{g}$  muni d'une application bilinéaire (crochet)

$$[-, -]: \mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$$

satisfaisant à la relation de Leibniz droite

$$(L) \quad [x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y], \quad \text{pour tout } x, y, z \in \mathfrak{g}.$$

(Si l'on pense à l'opération  $[-, z]$  comme à une dérivation  $(-)'$ , on obtient précisément  $(xy)' = x'y + xy'$ ).

Pour une algèbre de Leibniz gauche la relation de Leibniz gauche est

$$(L') \quad [[x, y], z] = [x, [y, z]] - [y, [x, z]].$$

On remarquera que, lorsque le crochet est anticommutatif, i.e.  $[x, y] = -[y, x]$ , chacune de ces relations est équivalente à la relation de Jacobi ( $J$ ), puisque  $(L)$  (resp.  $(L')$ ) consiste à réécrire ( $J$ ) en mettant  $x$  à la première place (resp.  $z$  à la dernière place) dans chaque terme.

On remarquera que si le crochet  $[-, -]$  vérifie  $(L)$  alors le crochet  $[-, -]'$ , défini par  $[x, y]' = [y, x]$ , vérifie  $(L')$ . Il y a donc équivalence entre algèbres de Leibniz gauches et algèbres de Leibniz droites.

Un morphisme d'algèbres de Leibniz est la donnée d'un homomorphisme de  $k$ -modules  $f: \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}'$  tel que

$$f([x, y]) = [f(x), f(y)], \quad \text{pour tout } x, y \in \mathfrak{g}.$$

Dans toute la suite on dira simplement algèbre de Leibniz, pour algèbre de Leibniz droite.

Notons tout de suite une conséquence immédiate de la relation  $(L)$ . Bien que dans une algèbre de Leibniz on n'ait pas, en général, l'égalité  $[y, z] = -[z, y]$ , on a par contre

$$(1.1) \quad [x, [y, z]] = [x, -[z, y]], \quad \text{pour tout } x, y, z \in \mathfrak{g}.$$

Il suffit de comparer  $(L)$  pour  $x, y, z$  et pour  $x, z, y$ , pour s'en convaincre.