

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 39 (1993)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: REMARKS AND PROBLEMS ON FINITE AND PERIODIC CONTINUED FRACTIONS
Autor: Mendès France, Michel
Kurzfassung
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-60426>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

REMARKS AND PROBLEMS
ON FINITE AND PERIODIC CONTINUED FRACTIONS

by Michel MENDÈS FRANCE

SUMMARY. We present eight problems related to the length of continued fractions of rational numbers and to the length of the period of quadratic surds.

§1. A FRUSTRATING QUESTION

Let a and b be two coprime integers, $1 < b < a$. *Is it true that the sequence $(a/b)^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$ is dense (mod 1)?* This very old problem of Pisot and Vijayaraghavan is still unanswered. Pisot, Vijayaraghavan and André Weil did however show that there exist infinitely many cluster points.

Are any one of these cluster points irrational? Even this seems unanswered. We address a simpler question, but before we must define the depth of a rational number x : it is simply the length $\delta(x)$ of the continued fraction of x

$$x = [c_0, c_1, c_2, \dots, c_\delta]$$

where we choose δ to be even ($c_\delta \geq 1$). For example

$$\delta(k) = 0, k \in \mathbf{Z}; \quad \delta\left(\frac{1}{2}\right) = 2; \quad \delta\left(\frac{3}{5}\right) = 4 .$$

Quite obviously $\delta(a/b) = O(\ln(b))$, $1 \leq b < a$ (see [8]).

Suppose that the sequence $(a/b)^n$ has an irrational cluster point ζ (mod 1). Then some subsequence $(a/b)^{n_j}$ (mod 1) tends to ζ hence

$$\delta((a/b)^{n_j}) \rightarrow \infty .$$