

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 39 (1993)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: THE SUM OF THE CANTOR SET WITH ITSELF
Autor: Nymann, J.E.

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-60420>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.03.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

First consider the case where h has a unique ternary expansion, which is necessarily infinite. Then $S(k) = 2^{c(k)}$. To see, this, set $h = \sum a_n/3^n$ where $a_n = 0, 1$, or 2 ($n = 1, 2, 3, \dots$), $a_n \neq 0$ for infinitely many n and $a_n \neq 2$ for infinitely many n . We wish to count the number of representations $h = x + y$ where $x, y \in \frac{1}{2}C$; i.e., $x = \sum \varepsilon_n/3^n$, $y = \sum \varepsilon'_n/3^n$ and $\varepsilon_n, \varepsilon'_n = 0$ or 1 . Now if $a_n = 0$, clearly $\varepsilon_n = \varepsilon'_n = 0$. Also if $a_n = 2$, $\varepsilon_n = \varepsilon'_n = 1$. However if $a_n = 1$, we can have $\varepsilon_n = 1$ and $\varepsilon'_n = 0$ or we can have $\varepsilon_n = 0$ and $\varepsilon'_n = 1$. Hence there are $2^{c(k)}$ choices for (x, y) (uncountable if $c(k)$ is infinite).

Next consider the case where h has two ternary expansions. Then they are necessarily of the form

$$h = .a_1a_2 \dots a_r 22 \dots = .a_1a_2 \dots a_{r-1}b_r$$

where $a_1, a_2, \dots, a_{r-1} = 0, 1, 2$, $a_r = 0$ or 1 and $b_r = a_r + 1$. Then using the ideas in the last paragraph and keeping in mind there are two counts (one for each representation of h), we have:

$$S(k) = \begin{cases} 3(2^{c(k)}) & \text{if } a_r = 0. \\ 3(2^{c(k)-1}) & \text{if } a_r = 1. \end{cases}$$

REFERENCES

- [1] KOLMOGOROV, A.N. and S.V. FOMIN. *Introductory Real Analysis*, 1970, Prentice-Hall Publishers, p. 54.
- [2] PAVONE, M. The Cantor set and a geometric construction. *L'Enseignement Mathématique*, 35 (1989), 41-49.
- [3] SHALLIT, Jeffrey. Q785. *Mathematics Magazine*, 64 No. 5 (1991), 351 and 357.

(Reçu le 3 février 1992)

James E. Nymann

Dept of Mathematical Sciences
The University of Texas at El Paso
El Paso, Texas 79968