

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 39 (1993)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ELLIPTIC SPACES II  
**Autor:** Felix, Yves / Halperin, Stephen / Thomas, Jean-Claude

**Kurzfassung**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-60412>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## ELLIPTIC SPACES II

by Yves FELIX, Stephen HALPERIN<sup>1)</sup> and Jean-Claude THOMAS<sup>2)</sup>

ABSTRACT. A simply connected finite CW complex  $X$  is *elliptic* if the homology of its loop space (coefficients in any field) grows at most polynomially. We show that in all other cases the loop space homology grows at least semi-exponentially, and we exhibit a number of geometrically interesting classes of spaces as elliptic, including:  $H$  spaces, homogeneous spaces, Poincaré duality complexes whose mod  $p$  cohomology is doubly generated (any  $p$ ) and Dupin hypersurfaces in  $S^{n+1}$ .

### 1. INTRODUCTION

Let  $X$  be a simply connected finite CW complex, with loop space  $\Omega X$ , and denote by  $\mathbf{F}_p$ , the prime field of characteristic  $p$ ,  $p$  prime or zero. Our first main result asserts a dichotomy for the size of the loop space homology  $H_*(\Omega X; \mathbf{F}_p)$ :

THEOREM A. *Let  $X$  be a simply connected finite CW complex. For each  $p$  (prime or zero) there are exactly two possibilities: either*

(i) *There are constants  $C > 0$  and  $r \in \mathbf{N}$  such that*

$$\sum_{i=0}^n \dim H_i(\Omega X; \mathbf{F}_p) \leq Cn^r, \quad n \geq 1,$$

---

*Key words:* loop space homology, depth, polynomial growth, Poincaré complex, elliptic, Dupin hypersurface.

*AMS Mathematical subject classification:* 55P35, 57P10, 57T25, 57S25, 53C25.

Research partially supported by a NATO travel grant held by the three authors.

<sup>1)</sup> Research partially supported by an NSERC operating grant.

<sup>2)</sup> URA-D751 au CNRS.