

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 38 (1992)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** POLYNÔMES HOMOGÈNES RÉELS AVEC GRADIENT À SINGULARITÉ ISOLÉE

**Autor:** Maire, H.-M.

#### Kurzfassung

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-59491>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## POLYNÔMES HOMOGÈNES RÉELS AVEC GRADIENT À SINGULARITÉ ISOLÉE

par H.-M. MAIRE

RÉSUMÉ. Les niveaux et sous-niveaux d'un polynôme réel homogène de degré  $m \geq 2$  avec gradient à singularité isolée en 0 (i.e., avec hessien non dégénéré) ont la même homologie que les niveaux et sous-niveaux d'une forme quadratique non dégénérée. L'existence de tels polynômes pour  $m$  pair  $\geq 6$  avec hessien d'indice quelconque est établie. On montre par contre que le hessien de tout polynôme homogène de degré 4 en au moins 3 variables dont l'indice est différent de 0 et  $n$  en un point, dégénère en dehors de l'origine.

### 1. INTRODUCTION

Pour deux entiers  $m, n \geq 2$ , soit  $H_n^{(m)}$  l'ensemble des polynômes réels  $P$  à  $n$  variables, homogènes de degré  $m$  dont le gradient  $P': \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$  a une singularité isolée en 0, en d'autres termes, tels que la matrice hessienne

$$P''(x) = \left( \frac{\partial^2 P}{\partial x_j \partial x_k}(x) \right)_{1 \leq j, k \leq n}$$

est non dégénérée pour tout  $x \in \mathbf{R}^n \setminus 0$ , c'est-à-dire

$$(1) \quad x \in \mathbf{R}^n, \quad \det P''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0.$$

Si  $P$  appartient à  $H_n^{(m)}$ , la relation d'Euler  $P''(x)x = (m-1)P'(x)$  donne

$$(2) \quad x \in \mathbf{R}^n, \quad P'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0,$$

donc  $P$  a aussi une singularité isolée en 0. De plus, l'indice de Morse  $\text{ind } P''(x)$  (= nombre de valeurs propres négatives) de la forme quadratique

---

*Mots-clés:* fonction de Morse — hessien — singularités isolées.

*Classification AMS:* 14G30 - 57R.