

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 38 (1992)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: THE MEAN SQUARE OF THE RIEMANN ZETA-FUNCTION ON THE LINE $\sigma = 1$
Autor: Balasubramanian, R. / Ivi, A / Ramachandra, K.
Kurzfassung
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-59479>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

THE MEAN SQUARE OF THE RIEMANN ZETA-FUNCTION ON THE LINE $\sigma = 1$

by R. BALASUBRAMANIAN, A. IVIĆ and K. RAMACHANDRA

*To the memory
of Professor R. Sitaramachandrarao
1.4.1948-9.8.1990*

ABSTRACT. Let $R(T) := \int_1^T |\zeta(1+it)|^2 dt - \zeta(2)T + \pi \log T$. We prove upper bounds for $R(T)$, $\int_1^T R(t)dt$ and $\int_1^T R^2(t)dt$.

One of the fundamental problems in the theory of the Riemann zeta-function is the evaluation of power moments, and in particular the evaluation of

$$(1) \quad \int_1^T |\zeta(\sigma + it)|^2 dt.$$

In view of the functional equation $\zeta(s) = \chi(s)\zeta(1-s)$, where

$$\chi(s) = 2^s \pi^{s-1} \sin\left(\frac{\pi s}{2}\right) \Gamma(1-s) = \left(\frac{2\pi}{t}\right)^{\sigma+it-1/2} e^{i(t+\pi/4)} \left(1 + O\left(\frac{1}{t}\right)\right)$$

for $s = \sigma + it$, $t \geq t_0 > 0$, it transpires that the relevant range for σ in (1) is $1/2 \leq \sigma \leq 1$. A considerable amount of literature is devoted to the most important case $\sigma = 1/2$ (see e.g. Ch. 15 of [3] and [4] for a comprehensive account). For $1/2 < \sigma < 1$ fixed one has (see (8.112) of [3])

$$(2) \quad \int_1^T |\zeta(\sigma + it)|^2 dt = \zeta(2\sigma)T + O(T^{2-2\sigma}).$$